

**Bestimmung lokaler Transportkoeffizienten während
Edge Localized Modes am Tokamakexperiment
ASDEX Upgrade**

Holger Reimerdes

IPP 1/300

Mai 1996



MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

85748 GARCHING BEI MÜNCHEN

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK
GARCHING BEI MÜNCHEN

**Bestimmung lokaler Transportkoeffizienten während
Edge Localized Modes am Tokamakexperiment
ASDEX Upgrade**

Holger Reimerdes

IPP 1/300

Mai 1996

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die
Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

Abstract

A promising operational regime for a future fusion reactor is the *High-Confinement Mode* (H-mode). The H-mode is characterized by high pressure gradients at the plasma edge, that may lead to a specific MHD-instability, the so-called *Edge Localized Mode* (ELM). ELMs cause a periodic loss of energy and particles from the main plasma. Various types of ELMs can be distinguished by their repetition frequency and MHD-signature. On the one hand the particle loss due to ELMs prevents a continuous rise of density and impurity accumulation and thus makes stationary H-mode operation possible. On the other hand especially large ELMs lead to high peak power loads on target plates, that will be unacceptable in larger fusion experiments.

The goal of this work is to study the particle and heat transport during the so-called type I ELMs for which the plasma energy loss and divertor heat load is largest. Since the MHD event is mainly localized inside the last closed flux surface the effects of enhanced transport can be seen in sufficiently time-resolved density and temperature profiles inside the separatrix. The method used to interpret the measured densities and temperatures is to invert the particle and heat transport equations in order to derive localized transport coefficients during ELMs.

Electron temperature profiles are measured with a 45-channel ECE heterodyne radiometer and a 16-channel Thomson scattering diagnostic. A Li-beam diagnostic and a DCN-laser interferometer are used to obtain electron density profiles. Whereas the ECE radiometer has a time resolution of $32 \mu s$, the Li-beam raw data must be averaged coherently over many ELMs in order to reconstruct edge electron densities with $200 \mu s$ time resolution, which is necessary to investigate transport during type I ELMs.

Transport of particles and energy perpendicular to flux surfaces is described by one-fluid-equations in cylindrical geometry. It is assumed that the transport across field lines is purely diffusive. The evaluation of particle and heat fluxes requires the knowledge of particle and energy sources within the plasma. Therefore particle and power deposition of the neutral beam injection (NBI) heating and particle deposition by ionisation of cold neutrals from the plasma edge are modelled and the results are compared with multi-dimensional Monte-Carlo calculations. Furthermore ohmic heating and radiation losses are taken into account.

The time evolution of observed densities and temperatures can be described by an enhancement of transport coefficients up to several times over their values between ELMs. The duration of enhanced transport (\approx several $100 \mu s$) is consistent with the time interval of turbulent MHD activity seen with magnetic pick-up coils. Due to the limited time resolution the calculated transport coefficients represent a lower boundary to the exact values.

The analysis of plasma discharges with varying ELM repetition rates (f_{ELM}) and similar flux surface geometry show a constant enhancement of radial diffusion coefficients from $D_{\perp} = 0.2 m^2/s$ up to $D_{\perp max} = 6.5 m^2/s$ and heat conductivities from $\chi_{\perp} = 1.7 m^2/s$ up to $\chi_{\perp max} = 13.0 m^2/s$. The rise of heat conductivity is localized in a $5 - 8 cm$ wide layer inside the separatrix. Since f_{ELM} is found proportional to the energy flux over the

separatrix (P_{Sep}), it is concluded that the magnitude of transport enhancement is also independent of P_{Sep} .

The particle and energy loss (ΔW_{ELM}) per ELM is calculated by integrating over time resolved density and temperature profiles. Within errorbars no dependence on f_{ELM} is observed, which is consistent with previous studies of the energy loss by different methods. A simple model, that explains an energy flux independent energy loss, predicts the dependence of the energy loss on the radial extent of enhanced transport during ELMs (Δr_{ELM}). As expected for the observed constant ΔW_{ELM} , Δr_{ELM} shows no dependence on f_{ELM} .

The independence of $\chi_{\perp max}$, ΔW_{ELM} , and Δr_{ELM} on f_{ELM} indicates, that all analyzed type I ELMs are similar events and different time intervals between ELMs uniquely depend on the time needed to reach a stability limit.

The heat conductivities derived from kinetic measurements at ASDEX Upgrade are compared with values predicted by a model based entirely on magnetic ELM precursor activity observed on COMPASS-D [R. J. Buttery, et al., 22th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Bournemouth, UK (1995)]. With resonant flux surfaces and mode numbers known, helical perturbation current filaments are modelled to match the measured precursor signal. Field line tracing shows ergodization between two island chains, which causes enhanced radial transport due to transport along radially excursions field lines. Time evolution and magnitude of transport coefficients are comparable with the observations at ASDEX Upgrade. Similar precursor signals are seen at ASDEX Upgrade, which suggests that the observed enhanced transport is also linked to field perturbation during ELMs.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Kontrollierte Kernfusion	1
1.2	Das Tokamakprinzip	2
1.3	H-Mode und ELMs	5
1.4	Zielsetzung der Diplomarbeit	8
2	Das Transportmodell	9
2.1	Flüssigkeitsbeschreibung	9
2.2	Transportmodell	11
3	Experimentelle Datenbasis	13
3.1	Elektronendichte	13
3.1.1	Lithiumstrahl-Diagnostik	13
3.1.2	DCN-Laser Interferometer	17
3.1.3	Gemeinsame Dichteprofile	19
3.2	Elektronentemperatur	21
3.2.1	ECE Radiometer	21
3.2.2	Vertikale Thomson-Streuung	26
3.2.3	Gemeinsame Temperaturprofile	27
4	Teilchen- und Energiequellen	28
4.1	Wechselwirkung zwischen neutralen Teilchen und Plasma	28
4.2	Ionisation neutraler Teilchen vom Rand	29
4.3	Neutralinjektions-Heizung	34
4.4	Ohmsche Heizung	36
4.5	Strahlungsverluste	37
4.6	Energietransfer zwischen Elektronen und Ionen	38
5	Auswerteverfahren	40
5.1	Aufbereitung der Meßdaten	40
5.1.1	Zeitbasis	40
5.1.2	ELM Mittelung	41
5.1.3	Datenfilterung	43
5.2	Die Rechengemetrie	44
5.3	Diskretisierung der Transportgleichungen	46

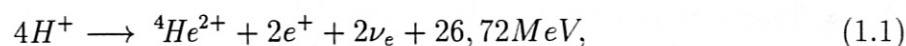
5.4	Fehlerfortpflanzung	47
6	Transport während Typ I ELMs	49
6.1	Elektronendichte und -temperatur	49
6.2	Teilchen- und Wärmefluß	51
6.3	Effektive Transportkoeffizienten	54
6.3.1	Diskussion der Fehler	54
6.3.2	Tabellierung charakteristischer Parameter	55
6.4	Diskussion der Ergebnisse	56
6.5	Vergleich mit einem Transportmodell	58
7	Zusammenfassung und Ausblick	63
7.1	Zusammenfassung	63
7.2	Ausblick	64
A	Das Fusionsexperiment ASDEX Upgrade	65
B	Ein Verfahren zur Filterung	67
B.1	Eigenfunktionen der Diffusionsgleichung	67
B.2	Filterung der Entwicklungskoeffizienten	69
B.3	Einfluß auf die Diffusionskoeffizienten	70

Kapitel 1

Einleitung

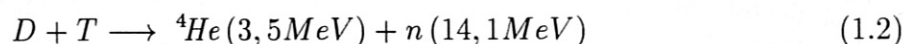
1.1 Kontrollierte Kernfusion

Die Sonne bezieht ihre Energie aus der in verschiedenen Zyklen ablaufenden Reaktion

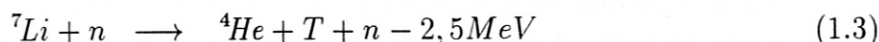


wobei in jedem Zyklus $26,72 \text{ MeV}^1$ Fusionsenergie freigesetzt wird [1].

Seit mehreren Jahrzehnten sucht man nach Möglichkeiten, diese Energiequelle für die wirtschaftliche Energieerzeugung zu gewinnen. Da die Wirkungsquerschnitte der solaren Prozesse aufgrund der Beteiligung der schwachen Wechselwirkung nur sehr klein sind, hat man sich Zweierstoßprozessen ohne Beteiligung der schwachen Wechselwirkung zugewandt. Die Reaktion



besitzt den größten Wirkungsquerschnitt. Außerdem nimmt sie den maximalen Wirkungsquerschnitt bei der geringsten Teilchenenergie an. Deuterium ist aufgrund der natürlichen Isotopenveteilung (0,015 Mol-% des Wasserstoffes) in großen Mengen vorhanden. Tritium kommt jedoch nicht natürlich vor. Es kann aber z.B. durch die Reaktionen



in einem Fusionsreaktor erbrütet werden. Die Vorkommen an dem dazu benötigten Lithium werden (unter Annahme der heute geschätzten erschließbaren Landvorkommen und eines 10-fachen Energieverbrauches) auf ungefähr 10^5 Jahre hochgerechnet [2].

Doch auch bei der D-T-Fusion benötigt man eine Temperatur oberhalb von 10 keV^2 , bei welcher der Wasserstoff ionisiert ist. Ein solches ionisiertes Gas nennt man ein Plasma. Die Wahrscheinlichkeit von Coulombstößen ist größer als die eines Fusionsprozesses, so daß die Wasserstoffkerne im Mittel mehrmals stoßen, bevor sie durch die Coulombbarriere im

¹Energieeinheit $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

²Temperatureinheit $1 \text{ eV} = 11604 \text{ K}$

Potential tunneln und es zu einer Fusionsreaktion kommt. Daher müssen die Atomkerne über viele Stoßzeiten im Plasma eingeschlossen werden.

Die Güte eines Einschlusses kann man durch eine Energieeinschlußzeit τ_E beschreiben. Sie ist die Zeit, in der im stationären Betrieb genau einmal der Energieinhalt zugeführt bzw. über Verlustmechanismen (Strahlung, Wärmeleitung, Konvektion) verloren wird:

$$\tau_E = \frac{E_{Plasma}}{P_{Heizung} - \dot{E}_{Plasma}}. \quad (1.5)$$

Berücksichtigt man, daß nur die α -Teilchen mit ihren 3,5 MeV kinetischer Energie zur Plasmaheizung beitragen und bilanziert die α -Heizung mit dem Energieverlust, so erhält man für das Produkt $n\tau_E$ eine temperaturabhängige Zündbedingung, deren Minimum knapp unterhalb $T = 30 \text{ KeV}$ bei

$$n\tau_E > 1,5 * 10^{20} \frac{s}{m^3} \quad (1.6)$$

liegt [3].

Zur Realisierung dieses Einschlusses werden zwei verschiedene Einschlußkonzepte verfolgt:

- **Trägheitseinschluß:** Die Zündbedingung soll durch extrem hohe Teilchendichten (ca. 1500-fache Dichte eines D-T-Flüssigkeitgemisches) bei nur sehr kurze Einschlußzeiten erreicht werden. Kügelchen (Pellets) aus einem Wasserstoffisotopengemisch werden in kurzer Zeit z.B. mit einem Laser stark erhitzt, so daß die äußere Schicht ablatiert und der Rückstoß der ablatierten Masse den Kern des Pellets komprimiert. Während der Zeit, in der die Teilchen aufgrund ihrer Massenträgheit zusammengehalten werden (ca. 100 ps), kann es zu Fusionsreaktionen kommen [4].
- **Magnetischer Einschluß:** Geladene Teilchen führen in einem Magnetfeld aufgrund der Lorentzkraft eine Gyrationbewegung um Feldlinien aus. Die Bewegung parallel zum magnetischen Feld bleibt von dieser unbeeinflusst. Ist der Gyrationradius eines Teilchens

$$r_G = \frac{mv_{\perp}}{|q|B} \quad (1.7)$$

(für Wasserstoffkerne bei $B = 2 \text{ T}$ und $T = 1 \text{ keV}$ beträgt er $r_{G_{H^+}} = 2,3 \text{ mm}$) klein gegenüber den Experimentabmessungen, so bewegen sich die Teilchen praktisch nur parallel zu den magnetischen Feldlinien. Durch eine geschlossene Flußflächenkonfiguration verhindert man den Teilchenverlust entlang der Feldlinien und versucht so, ein Plasma über längere Zeiten ($\tau_E \approx 1 - 10 \text{ s}$) einzuschließen.

Der magnetische Einschluß weist heute einen höheren Entwicklungsstand auf, wobei das Stellarator- und das Tokamakprinzip die vielversprechendsten Feldkonfigurationen darstellen.

1.2 Das Tokamakprinzip

Das am weitesten entwickelte magnetische Einschlußprinzip ist das 1952 von A. Sacharow vorgeschlagene und von L. Artsimowitsch erstmals verwirklichte Tokamakprinzip³ [1].

³Tokamak: russisches Kunstwort für „toroidale Kammer mit Magnetfeld“

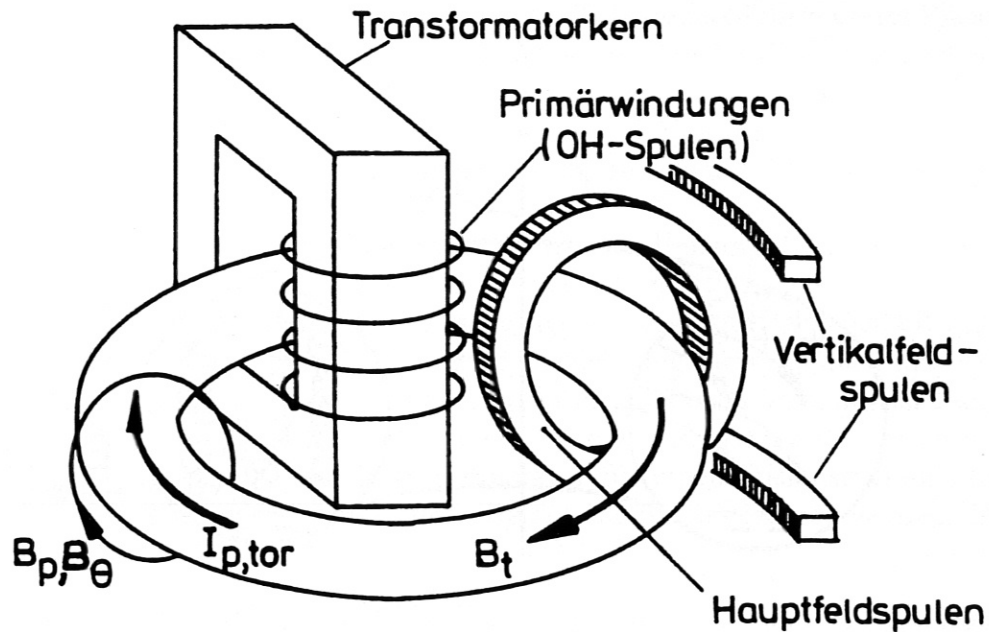


Abbildung 1.1: Das Tokamakprinzip [1].

Das Plasma wird von einem toroidalen Magnetfeld B_t , welches durch die Hauptfeldspulen erzeugt wird, eingeschlossen (vgl. Abb. 1.1). Im stationären Fall (Zeitableitungen $\frac{\partial}{\partial t}$ und makroskopische Geschwindigkeiten \vec{v} werden gleich null gesetzt) vereinfacht sich die erste Momentengleichung der Magneto hydrodynamik (MHD) (vgl. 2.14) zu

$$\vec{j} \times \vec{B} = \vec{\nabla} p. \quad (1.8)$$

Multipliziert man diese Gleichung skalar mit \vec{j} oder \vec{B} , so sieht man, daß \vec{j} und \vec{B} auf Flächen konstanten Druckes verlaufen. Durch Einsetzen des Ampère'schen Gesetz $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ in Glg. 1.8 erhält man die Gleichgewichtsbedingung

$$\vec{\nabla} \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) - (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \frac{B}{\mu_0} = 0 \quad (1.9)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}_\perp \left(p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \frac{B^2}{\mu_0 R_c} \vec{e}_{R_c} = 0. \quad (1.10)$$

Der kinetische Druck p kann zum einen durch einen Magnetfelddruck $B^2/2\mu_0$ bilanziert werden. Zum anderen übt eine gekrümmte Feldlinie eine Kraft in Richtung ihres Krümmungsradius R_c aus. Dies bezeichnet man mit Magnetfeldlinienspannung.

Daß ein rein toroidales Magnetfeld kein Gleichgewicht darstellt, ist bereits aus der Betrachtung der Teichendriften ersichtlich. Durch die Krümmung der Feldlinien in toroidaler Symmetrie kommt es zu einer Krümmungsdrift (zuzüglich einer $\vec{\nabla} \times \vec{B}$ -Drift), die Ionen und Elektronen parallel zur Symmetrieachse in entgegengesetzte Richtung verschiebt. Aus dem durch diese Ladungsverschiebung senkrecht zu \vec{B} entstehenden elektrischen Feld \vec{E} und der daraus resultierenden $\vec{E} \times \vec{B}$ -Drift bewegt sich das Plasma nach außen (vgl. Abb. 1.2). Ein rein toroidales Magnetfeld ist für den Einschluß nicht ausreichend.

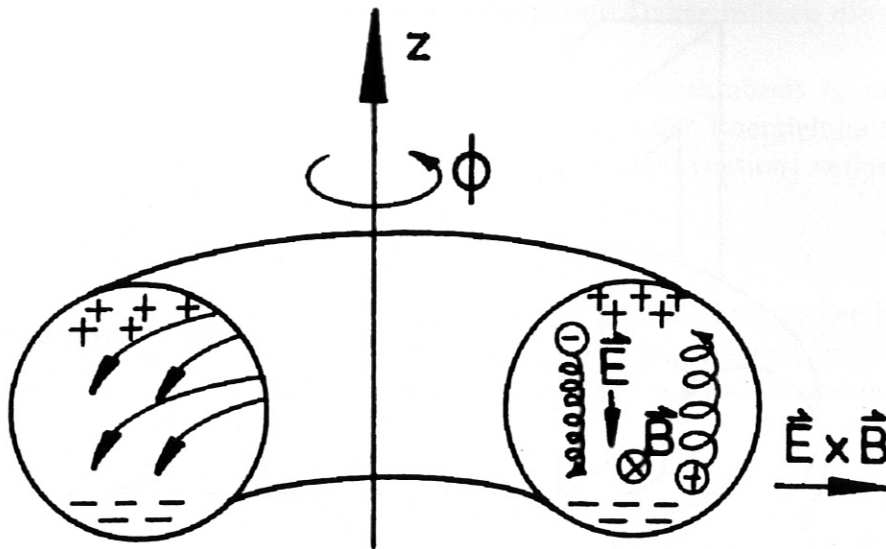


Abbildung 1.2: Driften im toroidalen Magnetfeld [1].

Um diesen dennoch zu erreichen, verdrillt man die Feldlinien, so daß sich eine Feldlinie nicht nach einem toroidalen Umlauf wieder in sich schließt, sondern verschiedene poloidale Bereiche miteinander verbindet. Während der Bewegung eines Teilchens entlang einer solchen Feldlinie kompensieren sich dann die Driften. Die Verdrillung der Feldlinien kann man durch ein zusätzliches poloidales Magnetfeld B_{pol} erreichen, welches im Tokamak von einem im Plasma induzierten toroidalen Strom I_p erzeugt wird. Zur Erzeugung dieses Stromes dient die OH-Spule, welche wie ein Transformator im Plasma als einwindige Sekundärspule durch Flußänderung einen Strom induziert (vgl. Abb. 1.1). Da der Flußhub begrenzt ist, kann ein induktiv getriebener Strom nicht stationär aufrechterhalten werden.⁴ Das Verhältnis der Anzahl toroidaler zu poloidaler Umläufe einer Feldlinie bezeichnet man als Sicherheitsfaktor

$$q = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_{tor}}{n_{pol}}. \quad (1.11)$$

Im Grenzfall eines großen Aspektverhältnisses $A = \frac{R_0}{a} \gg 1$ (Verhältnis vom großem Radius R_0 zum kleinen Plasmaradius a) gilt näherungsweise

$$q(\vec{r}) = \frac{r B_t(r)}{R_0 B_p(r)}. \quad (1.12)$$

Ist dieses Verhältnis irrational, so bedeckt eine Feldlinie ergodisch eine Flußfläche. Bei rationalem q schließt sich die Feldlinie nach endlich vielen Umläufen wieder in sich selber und man spricht von rationalen oder resonanten Flußflächen.

Aufgrund der toroidalen Geometrie sind B_t und B_p auf Flußflächen nicht konstant. Das Toroidalfeld kann näherungsweise durch das Vakuumfeld $B_t(R) = B_0 \frac{R_0}{R}$ beschrieben werden und fällt nach außen hin ab. Dadurch ist der Magnetfelddruck am äußeren und inneren

⁴Ein andere Möglichkeit stellt der Stellarator da, in dem die helikale Feldlinienstruktur nur durch asymmetrische äussere Spulen erzeugt wird.

Plasmarand verschieden groß. Die resultierende Kraft (hoop force) drückt das Plasma nach außen und muß durch ein zur Torusachse paralleles, von den Vertikalfeldspulen erzeugtes Feld B_v ausgeglichen werden. Dies Vertikalfeld ist so gerichtet, daß die auf den Plasmaström wirkende Lorentzkraft nach innen zeigt (oder äquivalent dazu, daß das Poloidalfeld außen verstärkt und dadurch das Druckgleichgewicht zwischen Außen- und Innenseite des Toruses wieder herstellt wird).

Intrinsisch mit dem Tokamakprinzip verbunden ist eine Heizung des Plasmas durch den Plasmastrom. Bei Werten von $I_p = 1 \text{ MA}$ für den Plasmastrom und $U_{loop} = 0,5 \text{ V}$ für die Umfangsspannung ergibt sich eine Ohmsche Heizleistung von $P_{oh} = 500 \text{ kW}$. Die Resistivität des Plasmas und mit ihr die Ohmsche Heizleistung nimmt jedoch mit steigender Temperatur ($P_{oh}|_{I_p=const.} \propto \eta_{||} \propto T_e^{-3/2}$) ab⁵, so daß sich bei einer bestimmten Temperatur (1 – 1,5 keV) ein stationärer Zustand einstellt, in dem sich Ohmsche Heizleistung und Energieverlust kompensieren. Da diese Temperatur für einen Fusionsreaktor nicht ausreichend hoch ist, müssen noch zusätzliche Heizmethoden angewandt werden. Mögliche Heizmethoden sind [1]:

- **Neutralinjektionsheizung (NI):** Wasserstoffionen (H^+ oder D^+) werden durch eine Potentialdifferenz beschleunigt, in einer Umladezelle neutralisiert und in das Plasma injiziert. Die neutralen Teilchen dringen vom Magnetfeld unbeeinflusst in das Plasma ein und geben ihre Energie durch Stoß oder Ionisation ab. Typische Heizleistungen sind einige Megawatt.
- **Wellenheizung:** Durch Einstrahlung von Hochfrequenzwellen kann Energie an das Plasma übertragen werden. Eine gute Absorption der eingestrahlten Leistung erzielt man an Resonanzen wie der Ionen- oder Elektronenzyklotronfrequenz (ICRH und ECRH) und der unteren Hybridfrequenz (LH).
- **α -Teilchenheizung:** Die bei Fusionsreaktionen erzeugten schnellen α -Teilchen geben ihre Energie (3,5 MeV) vor allem an Elektronen ab, bevor sie das Plasma verlassen. Diese Heizung sorgt in einem gezündeten Reaktor für den Ausgleich des Energieverlustes.

1.3 H-Mode und ELMS

Der Weg zu einem Fusionsreaktor führt über die Erhöhung des Fusionsproduktes $nT\tau_E$. Am Garching Tokamakexperiment ASDEX wurde 1982 die H-Mode (High-Confinement-Mode) [5], ein Einschlußregime mit einem um einen Faktor 2 besseren Energieeinschluß als die herkömmliche L-Mode (Low-Confinement Mode), entdeckt.

Die H-Mode weist neben einem verbesserten Energie- und Teilcheneinschluß auch höhere Temperatur- und Dichtegradienten am Plasmarand auf. Diese führen zu typischen am Rand lokalisierten Instabilitäten, sogenannten **Edge Localized Modes (ELMs)**. Sie äussern sich durch einen periodischen Auswurf von Teilchen und Energie (ca. 1-10% des Energie- bzw. Teilcheninhaltes pro ELM).

⁵Die Spitzer-Resistivität $\eta_{Spitzer} \propto T_e^{-3/2}$ ist bei einem Strom entlang der Feldlinien eine gute Beschreibung.

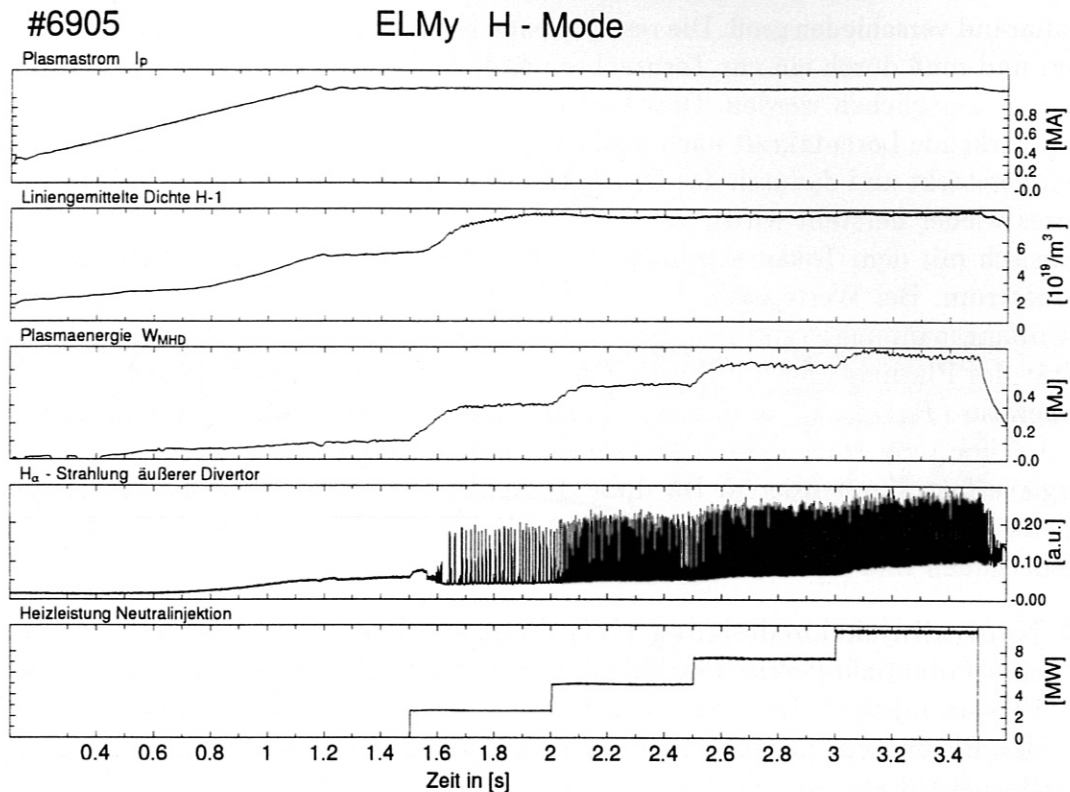


Abbildung 1.3: Zusatzgeheizte Plasmaentladung. Aufgetragen sind die Zeitspuren einiger Parameter. Das Plasma geht nach dem Einschalten der Neutralinjektionsheizung in die H-Mode über.

Abb. 1.3 zeigt eine typische H-Mode Entladung. Das Plasma geht in die H-Mode über, sobald der Energiefluß über die Separatrix⁶ einen Schwellwert überschreitet: $P_{Sep} > P_{thr}^{LH}$ [6]. In der gezeigten Plasmaentladung geschieht dies nach dem Einschalten der Neutralinjektionsheizung ($t = 1,5$ s). Das Auftreten von ELMs ist durch den periodische Anstieg der Intensität des H_α -Lichtes (oder D_α in Deuterium Entladungen) erkenntlich. Die Intensität der emittierten H_α -Strahlung ist proportional zum Neutralteilchenfluß am Plasmarand. Aufgrund unterschiedlicher Abhängigkeiten der ELM-Wiederholungsrate f_{ELM} vom Energiefluß über die Separatrix und magnetischer Precursor Signale unterscheidet man verschiedene Typen von ELMs [7]:

- Typ I ELMs: Die Wiederholungsrate der ELMs steigt mit dem Energiefluß über die Separatrix an:

$$\frac{df_{ELM}}{dP_{Sep}} > 0. \quad (1.13)$$

Es werden kohärente magnetische Precursor-Oszillationen beobachtet. Die magnetischen Oszillationen werden während des ELMs inkohärent.

⁶Die Separatrix ist die Grenzfläche zwischen geschlossenen Flußflächen im Kernplasma und dem Gebiet, in dem die Feldlinien die Gefäßwand schneiden.

- Typ III ELMs: Die Wiederholungsrate sinkt mit steigendem Energiefluß über die Separatrix:

$$\frac{df_{ELM}}{dP_{Sep}} < 0. \quad (1.14)$$

Es werden kohärente magnetische Precursor-Oszillationen mit hohen toroidalen $n = 5 - 10$ und poloidalen Modenzahlen $m = 10 - 15$ beobachtet. Das Niveau der magnetischen Fluktuationen ist während des ELMs hoch.

- Dithering Cycles: Für Energieflüsse an der Separatrix in Höhe der H-Mode-Schwelle P_{Sep}^{LH} kann es zu wiederholten L-H-L Übergängen kommen. Es gibt keine magnetischen Precursor. Daher wird dieses Phänomen nicht zu den eigentlichen Edge Localized Modes gezählt.

Die MHD-Ereignisse der Typ I und Typ III ELMs dauern ca. $0,1 - 1 \text{ ms}$. Typische Wiederholungsraten am ASDEX Upgrade sind $100 - 200 \text{ Hz}$ für Typ I und $1 - 2 \text{ kHz}$ für Typ III ELMs. Ihre MHD-Signaturen sind in Abb. 1.4 aufgetragen.

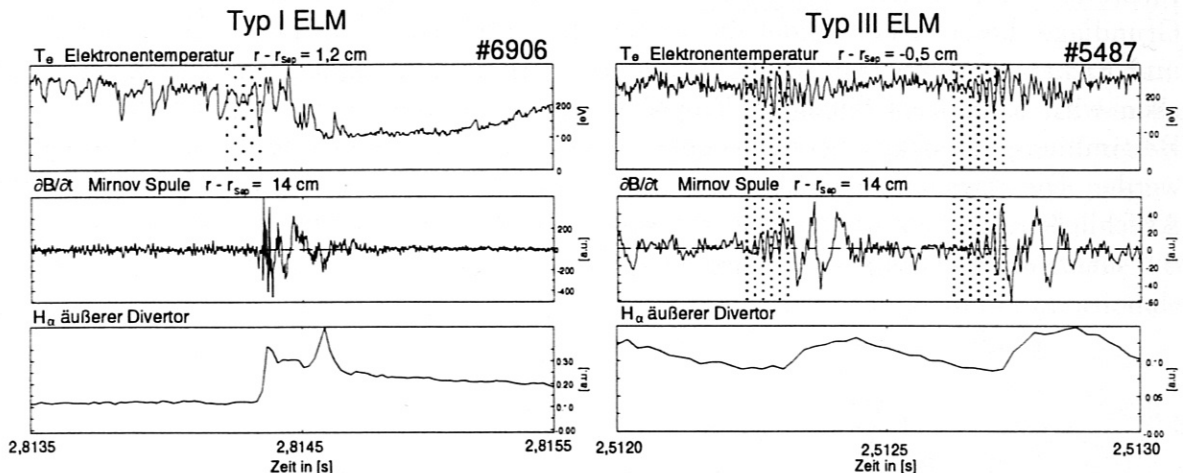


Abbildung 1.4: Typische MHD Signaturen von in ASDEX Upgrade beobachteten Typ I und Typ III ELMs. Aufgetragen ist die Elektronentemperatur in der Nähe der Separatrix und das Signal der dem Plasma am nächsten gelegenen Mirnov-Spule. Im unterlegten Zeitintervall sind Precursor-Oszillationen in der Temperatur und im magnetischen Signal zu sehen.

ELMs haben eine große Bedeutung für die Kontrolle des Teilchenhaushaltes in der H-Mode. Es hat sich gezeigt, daß über viele Einschlußzeiten stationäre H-Mode Entladungen nur mit ELMs möglich sind. In ELM-freien H-Moden steigt die Teilchendichte stetig an. Gleichzeitig akkumulieren Verunreinigungen im Plasmazentrum bis die steigenden Strahlungsverluste den Energiefluß über die Separatrix unter die L-H Schwelle P_{thres}^{H-L} senken und es zu einem Rückfall in die L-Mode kommt. Neben der Möglichkeit der Verunreinigungsabfuhr ist das Auftreten von ELMs auch mit Problemen verbunden. Der periodische Auswurf von Energie verursacht hohe Leistungsflüsse auf die Prallplatten, die mit steigender Maschinengröße zu erheblichen Materialbelastungen führen. Insbesondere in Hinblick auf die Operation eines zukünftigen Fusionsreaktors, wie z.B. der geplante Internationale Thermonukleare Experimental Reaktor (ITER), im H-Mode Regime ist ein besseres Verständnis der ELMs von großem Interesse.

1.4 Zielsetzung der Diplomarbeit

ELMs werden bislang im wesentlichen durch globale Größen, wie z.B. Wiederholungsraten, Energie- und Teilchenverluste oder Einschlußverschlechterungen beschrieben. Aus deren Abhängigkeiten untereinander erhält man Hinweise auf den Transportmechanismus während des ELMs, sowie die Destabilisierungsprozesse. So deuten die Stabilisierung von Typ III ELMs bei höheren Heizleistungen und damit höheren Temperaturen auf eine resistive Instabilität hin. Typ I ELMs hingegen werden aufgrund schneller Anwachsrate und hoher Temperaturen mit einer idealen MHD-Instabilität in Verbindung gebracht. Insbesondere Druckgradienten in der Nähe der idealen Ballooning-Stabilitätsgrenze deuten auf einen solchen Destabilisierungsmechanismus hin.

Die am Tokamakexperiment ASDEX Upgrade installierten Diagnostiken erlauben die Beobachtung lokaler Veränderungen der Elektronendichte und Elektronentemperatur während der ELMs. Mit einem Modell für den Transport der gemessenen Größen können lokale Transportparameter bestimmt werden. Diese ermöglichen einen Vergleich zwischen theoretischen Vorhersagen des ELM-Transportes und experimentellen Beobachtungen.

Grundlage dieser Arbeit bildet die Erstellung hinreichend aufgelöster Elektronendichte- und Elektronentemperaturprofile während ELMs. Der Transport von Energie und Teilchen wird formal als diffusiver Prozeß senkrecht zu den Flußflächen beschrieben. Zur Bestimmung von Transportkoeffizienten müssen Teilchen- und Energiequellen modelliert werden. Die Transportkoeffizienten können dann lokal und zeitabhängig bestimmt werden. Abschließend werden die aus den gemessenen Daten berechneten Transportkoeffizienten mit einer Modellierung des Transportes während Typ I ELMs verglichen.

Kapitel 2

Das Transportmodell

Die Dynamik eines Teilchens der Sorte s und mit der Ladung q_s wird durch die Einteilchen-Bewegungsgleichung

$$m_s \frac{d\vec{\omega}_s}{dt} = q_s \left(\vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{\omega}_s \times \vec{B}(\vec{r}, t) \right) \quad (2.1)$$

beschrieben. Die Wechselwirkung der Teilchen untereinander muß selbstkonsistent durch die aus den Maxwell Gleichungen berechneten Felder \vec{E} und \vec{B} berücksichtigt werden. Für ein Fusionsplasma ist dieses aufgrund der großen Anzahl gekoppelter Differentialgleichungen und der notwendigen Bestimmung exakter Anfangsbedingungen unmöglich. Deshalb bedient man sich statistischer Methoden. Anstatt jede Trajektorie einzeln zu verfolgen, genügt es die an sich ununterscheidbaren Teilchen einer Sorte s durch eine Verteilungsfunktion $f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t)$ zu beschreiben. Sie gibt die Teilchendichte im 6-dimensionalen Phasenraum an. Ihre zeitliche Entwicklung ist durch die kinetische Gleichung

$$\underbrace{\left(\partial_t + \vec{\omega}_s \cdot \vec{\nabla} + \frac{q_s}{m_s} (\vec{E} + \vec{\omega}_s \times \vec{B}) \vec{\nabla}_{\vec{\omega}_s} \right)}_{\text{Vlasov-Operator}} f_s = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{St} \quad (2.2)$$

bestimmt. \vec{E} und \vec{B} sind die makroskopischen Felder. Die Wechselwirkungen der Teilchen untereinander sind vollständig im Stoßterm $(\partial f / \partial t)_{St}$ (auch Stoßintegrale genannt) enthalten. Wenn die Wechselwirkung vernachlässigbar ist, führt die Näherung $(\partial f / \partial t)_{St} = 0$ zur Vlasov-Gleichung. Die kurzreichweitigen Wechselwirkungen durch binäre Stöße, wie in einem verdünnten neutralen Gas, beschreibt der Boltzmann-Stoßterm. In einem Plasma, in dem langreichweitige Coulombkräfte und demzufolge viele Stöße mit kleinen Streuwinkeln dominieren, ist die Fokker-Planck-Gleichung die geeignete Näherung [8].

2.1 Flüssigkeitsbeschreibung

Da anstatt der Verteilungsfunktionen i.allg. nur Mittelwerte gemessen werden können, ist es praktikabel, die Dimension der Darstellung weiter zu verringern, indem man Momente von $\vec{\omega}$ im Geschwindigkeitsraum bildet. Das k -te Moment ist als Mittelwert

$$\langle \vec{\omega}^k \rangle = \frac{\int \vec{\omega}^k f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega}}{\int f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega}} \quad (2.3)$$

definiert. Das nullte bis zweite Moment sind die fünf hydrodynamischen Funktionen Teilchendichte n_s , Strömungsgeschwindigkeit \vec{v}_s und Temperatur T_s :

$$n_s(\vec{r}, t) = \int f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega} \quad (2.4)$$

$$\vec{v}_s(\vec{r}, t) = \frac{1}{n(\vec{r}, t)} \int \vec{\omega} f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega} \quad (2.5)$$

$$T_s(\vec{r}, t) = \frac{m}{3k_B n_s(\vec{r}, t)} \int (\vec{\omega} - \vec{v}_s(\vec{r}, t))^2 f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega}. \quad (2.6)$$

Die Einzelteilchengeschwindigkeit im mitströmenden Koordinatensystem wird als thermische Geschwindigkeit eines Teilchens $\vec{u}_s(\vec{r}, t) = \vec{\omega} - \vec{v}_s(\vec{r}, t)$ bezeichnet. Des Weiteren werden Drucktensor $\underline{\underline{P}}$ und Wärmefluß \vec{q}

$$\underline{\underline{P}}_s(\vec{r}, t) = m_s \int (\vec{u}_s \vec{u}_s) f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega} = p_s \underline{\underline{1}} + \underline{\underline{\Pi}}_s \quad (2.7)$$

$$\vec{q}_s(\vec{r}, t) = \frac{m_s}{2} \int u_s^2 \vec{u}_s f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega}, \quad (2.8)$$

verwendet, wobei $\underline{\underline{P}}$ in den skalaren Druck p_s und einen anisotropen Anteil, den viskosen Spannungstensor $\underline{\underline{\Pi}}_s$, zerlegt werden kann. Im folgenden soll jedoch von einem isotropen Druck ausgegangen werden.

Um die zu den Momenten gehörenden Momentengleichungen zu erhalten, multipliziert man die kinetische Gleichung mit $\vec{\omega}^k$ und integriert über den Geschwindigkeitsraum:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{\omega}^k f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega} + \vec{\nabla} \cdot \int \vec{\omega}^k \vec{\omega} f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega} \\ + \frac{1}{m_s} \int \vec{F} \vec{\omega}^k \vec{\nabla} f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega} = \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{\omega}^k f_s(\vec{r}, \vec{\omega}, t) d\vec{\omega}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

\vec{F} beschreibt alle auf ein Teilchen wirkenden (makroskopischen) Kräfte. In der k-ten Momentengleichung tritt jeweils das (k+1)-te Moment auf ($\vec{\Gamma}$ in der Kontinuitätsgleichung, p in der Impulsgleichung und \vec{q} in der Energiegleichung). Es handelt sich deshalb um ein nichtgeschlossenes, hierarchisches Gleichungssystem, das bei Abbruch nach der k-ten Ordnung eine Annahme für das (k+1)-te Moment erfordert.

Die ersten drei Gleichungen sind:

- k=0: Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_s \vec{v}_s) = S_s \quad (2.10)$$

S_s ist ein Quellterm. Er wird benötigt, sobald die Teilchenzahl N_s der Spezies s keine Erhaltungsgröße ist.

- k=1: Impulsgleichung

$$m_s n_s \left(\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial t} + (\vec{v}_s \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_s \right) - n_s q_s (\vec{E} + \vec{v}_s \times \vec{B}) + \vec{\nabla} p_s = \vec{R}_s \quad (2.11)$$

$\vec{R} = m_s \int \vec{\omega} (\partial f_s / \partial t)_{St} d\vec{\omega}_s - m_s \vec{v}_s S_s$ ist eine Reibungskraft, die den Impulsübertrag durch Stöße zwischen Teilchensorten oder eine Teilchenquelle berücksichtigt.

- k=2: Energiesatz

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} n_s k_B T_s \right) + \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_s + \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{3}{2} k_B T_s \vec{\Gamma}_s \right) = -p_s \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_s + Q_s \quad (2.12)$$

Der Quellterm $Q_s = \int \frac{m_s}{2} \omega^2 \left(\frac{\partial f_s}{\partial t} \right)_{St} d\vec{\omega} - \frac{m}{2} v_s^2 S_s - \vec{v}_s \cdot \vec{R}_s$ beschreibt den Wärmetransfer zwischen verschiedenen Teilchensorten, Heizung und Teilchenquellen.

Der Index s kann für Elektronen (s=e), Ionen (s=i) sowie für jede Verunreinigungsspezies und -ionisationsstufe stehen. Für $s = e, i$ spricht man vom *Zweiflüssigkeitsbild*.

Betrachtet man nur Vorgänge, deren Geschwindigkeiten klein gegen die Lichtgeschwindigkeit sind ($v \ll c$), so läßt sich zeigen [9], daß der Verschiebungsstrom $\epsilon_0 \mu_0 \partial \vec{E} / \partial t$ gegenüber dem materiellen Strom $\vec{j} = e(Z n_i \vec{v}_i - n_e \vec{v}_e)$ zu vernachlässigen ist und daraus Quellenfreiheit für die Stromdichte folgt.

Lokale Ladungskonzentrationen und externe Potentiale werden auf einer Debye-Länge λ_D abgeschirmt. Da die Verbindungslänge zwischen der letzten geschlossenen Flußfläche und der Gefäßwand, an der Ladungskonzentrationen auftreten, in Fusionsexperimenten mit typischerweise einigen Metern groß gegenüber $\lambda_D \approx 25 \mu m$ (für $T_e = 300 eV$ und $n_e = 3 \cdot 10^{19} m^{-3}$) ist, sind Fusionsplasmen *quasineutral*: ($Z \cdot n_i \approx n_e$) = n.

Mit $m_e/m_i \ll 1$ gilt für die Schwerpunktgeschwindigkeit $\vec{v} \approx \vec{v}_i$. Durch Addieren der Momentengleichungen erhält man die *Einflüssigkeitsgleichungen*:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n \vec{v}) = S_{extern} \quad (2.13)$$

$$m_i n \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} p + \vec{j} \times \vec{B} + \vec{R}. \quad (2.14)$$

Der Druck p ist die Summe der Partialdrücke $p = \sum_s p_s$. Die Reibungskraft \vec{R} berücksichtigt nur noch äußere Quellen, da sich die Reibungskräfte zwischen den Teilchensorten untereinander aufheben ($\vec{R}_{ei} = -\vec{R}_{ie}$). Die Differenz von Elektronen- und Ionenbewegung wird durch das Ohmsche Gesetz beschrieben.

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{j} + \frac{1}{en_e} (\vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p_e) \quad (2.15)$$

Der makroskopische Strom \vec{j} und die Felder \vec{E} und \vec{B} müssen die Maxwell-Gleichungen erfüllen. Mit der Annahme $T_e = T_i$ entkoppeln auch die Energiegleichungen für Elektronen und Ionen. Bei gleicher Temperatur befinden sich beide Teilchensorten lokal im thermischen Gleichgewicht, so daß es im Mittel kein Wärmetransfer zwischen Elektronen und Ionen statt findet.

2.2 Transportmodell

Grundlage der Transportuntersuchung sind gemessene Profile der Elektronendichte und -temperatur. Mit den Annahmen $n_e = Z_{eff} \cdot n_i = n$ und $T_e = T_i = T$ werden die Einflüssigkeitsgleichungen verwendet. Die erste Annahme ist dadurch gerechtfertigt, daß nur Prozesse, die langsam im Vergleich mit der Lichtgeschwindigkeit ablaufen, betrachtet

werden. Die zweite Annahme wird in Kapitel 4.6 diskutiert. Die zeitliche Entwicklung von Teilchendichte und Temperatur werden durch die Kontinuitätsgleichung 2.13 und den Energiesatz 2.12 beschrieben:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n\vec{v}) = S_{extern} \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} nkT \right) + \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{3}{2} n\vec{v}kT \right)}_{\text{Konvektion}} + \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{q}}_{\text{Konduktion}} = -p\vec{\nabla} \cdot \vec{v} + Q_{extern}. \quad (2.17)$$

Im Quellterm $Q_{extern} = \sum_{s=e,i} Q_s$ fällt der Energietransfer zwischen den Teilchensorten heraus, so daß nur äußere Quellen $Q_{extern} = P$, wobei P die Leistungsdensitätsdichte ist, berücksichtigt werden müssen. Die Gleichungen können durch die in Tokamak-Plasmen übliche Näherung $|p\vec{\nabla} \cdot \vec{v}| \ll P$ vereinfacht werden [10]. Die Indizierung der externen Quellen $S_{extern} = S$ wird im folgenden weggelassen. Unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung läßt sich diese Gleichung in

$$\frac{3}{2} nk \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{3}{2} n\vec{v}k\vec{\nabla}T + \vec{\nabla} \cdot \vec{q} = P - \frac{3}{2} kTS \quad (2.18)$$

umformen. Um ein geschlossenes Gleichungssystem zu erhalten, müssen Annahmen für den Teilchenfluß $\vec{\Gamma}$ und den konduktiven Wärmefluß \vec{q} getroffen werden. Für den Teilchenfluß wird der Fick'sche Diffusionsansatz verwendet. Er beschreibt einen dem Dichtegradienten proportionalen Fluß. Die Proportionalitätskonstante ist der Diffusionskoeffizient D .

$$\vec{\Gamma} = n\vec{v} = -D\vec{\nabla}n \quad (2.19)$$

Für den konduktiven Wärmefluß wird ein analoger Ansatz gemacht, indem er als proportional zum Temperaturgradienten angenommen wird. Die Proportionalitätskonstante ist die Wärmeleitfähigkeit χ .

$$\vec{q} = -nk\chi\vec{\nabla}T \quad (2.20)$$

Für die Beschreibung des Plasmas erhält man die Gleichungen:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot (D\vec{\nabla}n) = S \quad (2.21)$$

$$\frac{3}{2} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\chi + \frac{3}{2}D}{n} \vec{\nabla}n \cdot \vec{\nabla}T - \vec{\nabla} \cdot (\chi\vec{\nabla}T) = \frac{1}{n} \left(\frac{P}{k} - \frac{3}{2}TS \right). \quad (2.22)$$

Sie bilden die Grundlage der Transportkoeffizientenbestimmung.

Kapitel 3

Experimentelle Datenbasis

Grundlage für die in dieser Arbeit durchgeführten Transportanalyse ist die Beschreibung der Elektronen im Plasma durch die Zustandsgrößen Dichte und Temperatur. Die Messung dieser Zustandsgrößen wird in diesem Kapitel beschrieben.

3.1 Elektronendichte

3.1.1 Lithiumstrahl-Diagnostik

Mit der Lithiumstrahl-Diagnostik werden Elektronendichteprofile durch Modellierung der Wechselwirkung von schnellen Li-Atomen mit dem Plasma rekonstruiert (*IXS-Lithium activated impact excitation spectroscopy*)[11]. Neutrales Lithium wird mit Energien von 10 – 100 keV in das Plasma eingeschossen. Diese schnellen Li-Atome wechselwirken mit Elektronen sowie Wasserstoff- und Verunreinigungsionen. Die wesentlichen Prozesse, die zu einer Veränderung des Strahles führen, sind Anregung oder Ionisation durch Stöße mit Plasmateilchen, Ladungsaustausch mit Wasserstoff- und Verunreinigungsionen und spontane Emission und Stoßabregung. Bei der am ASDEX Upgrade verwendeten Strahlenergie von $U_{LIB} = 35 \text{ keV}$ hängen die Ratenkoeffizienten jedoch nur schwach von der effektiven Ladungszahl Z_{eff}^1 der Ionen ab, so daß auch ein verunreinigtes Plasma wie ein reines ($n_e = n_{H^+}$) behandelt werden kann. Die Beschreibung der Li-Strahl Zusammensetzung erfolgt durch Besetzungszahlen N_i des i-ten Energieniveaus des Li-Atoms und einem System von gekoppelten Differentialgleichungen.

$$\frac{dN_i}{dr} = \sum_{j=0}^n (n_e(r)A_{ij}(T(r)) + B_{ij}) N_j(r) \quad (3.1)$$

$$N_i(r=0) = \delta_{1i} \quad (3.2)$$

Die Koeffizienten A_{ij} mit $i \neq j$ beschreiben Stoß-induzierte An- und Abregung des Li-Atoms vom Zustand i nach j . Ionisation wird durch die Koeffizienten A_{ii} und spontane Emission durch B_{ij} beschrieben. n ist die Anzahl der berücksichtigten Zustände. Beobachtet wird die 670,8 nm Linie des Li(2s-2p) Überganges. Die gemessene Strahlungsintensität

¹Der Verunreinigungsgrad kann durch eine effektive Ionenladungszahl Z_{eff} beschrieben werden. Für sie gilt: $Z_{eff} = \sum_s n_s Z_s^2 / \sum_s n_s Z_s$.

$I_{Li_{2p}}(r)$) ist proportional zur Besetzung des Li_{2p} -Niveaus $N_2(r)$.

$$N_2(r) = \alpha I_{Li_{2p}}(r) \quad (3.3)$$

Es wird zunächst angenommen, daß α bekannt ist. Die zweite Gleichung des Gleichungssystems 3.1 läßt sich umschreiben (Glg. 3.4) und daraus durch schrittweise Integration entlang des Strahlweges unter Beachtung der Gln. 3.1 und der Randbedingung 3.2 die Elektronendichte berechnen.

$$n_e(r) = \frac{\alpha [Li_{2p}(r+h) - Li_{2p}(r)] - \alpha B_{22} \int_r^{r+h} Li_{2p}(s) ds - h B_{2j} N_j(r)}{\alpha \int_r^{r+h} A_{22}(s) Li_{2p}(s) ds + N_i(r) \int_r^{r+h} A_{2i}(s) ds} \quad (3.4)$$

$j > 2, \quad i \neq 2.$

Voraussetzung ist, daß h hinreichend klein gewählt wird. Aus der Forderung, daß die Elektronendichte nicht divergiert, also Zähler und Nenner in Glg. 3.4 das Vorzeichen am selben Ort r_s wechseln, kann die Proportionalitätskonstante α bestimmt werden. Im Fall, daß kein Vorzeichenwechsel auftritt, wird α aus der zusätzlichen Randbedingung

$$N_1(r_{end}) = 0 \quad (3.5)$$

gewonnen, wobei am Ort r_{end} bei verschwindender Signalintensität die vollständige Ionisation des Strahls angenommen wird. Zur Rekonstruktion des Elektronendichteprofiles ist in diesem Fall die Messung des gesamten Leuchtprofils notwendig. Im allgemeinen muß es mindestens bis zum Ort des Vorzeichenwechsels r_s bestimmt sein. Die Anforderung an die Integrationsschrittweite $h \approx 0,1 \text{ mm}$ ist höher als die tatsächliche Auflösung ca. (5 mm). Die Interpolation soll im Rahmen der Fehler möglichst glatt verlaufen, so daß das Leuchtprofil durch einen glättenden Spline dargestellt wird [12].

Die Li-Beam Diagnostik am ASDEX Upgrade detektiert das Li_{2p} -Profil mit einem 35-Kanal-Photomultiplier-System. Die Sichtlinien schneiden den Atomstrahl in einem Abstand von ca. 5 mm auf einer Länge von 18 cm . Die Strahlgeometrie ist in Abb. 3.1 gezeigt. Bei einer typischen Beschleunigungsspannung vom $U_{LIB} = 35 \text{ keV}$ und Dichten von einigen $10^{19}/\text{m}^3$ erfolgt die Strahlabschwächung bis einige cm innerhalb der Separatrix. Zum Vergleich mit anderen Diagnostiken wird die Koordinate entlang des Li-Strahles in eine Flußflächenkoordinate transformiert (vgl. Kap. 3.1.3).

Die detektierte bandpaßgefilterte ($\Delta\lambda = 4 \text{ \AA}$) Linienstrahlung wird elektronisch über $400 \mu\text{s}$ integriert. Um eine der Integrationszeit entsprechende Frequenz von $2,5 \text{ kHz}$ auflösen zu können, wird das Signal gemäß dem Nyquist-Theorem [13] mit $f_s = 5 \text{ kHz}$ abgetastet und dann mittels Analog-/Digitalwandler digitalisiert. Die die Zeitauflösung begrenzende Integrationszeit ist zur Unterdrückung des Photonengeräusches erforderlich. Zur Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses werden die Leuchtprofile i.allg. numerisch über noch längere Zeiten ($\geq 1 \text{ ms}$) gemittelt. Eine Alternative wird in Kapitel 5.1.2 beschrieben.

Bei der Messung muß zwischen Signal (Li_{2p} -Linienstrahlung) und Untergrund (Bremsstrahlung, Strahlung von Verunreinigungen) unterschieden werden. Dazu wird der Li-Strahl periodisch ($1/f_{chopper} \approx 100 \text{ ms}$) unterbrochen und der Untergrund innerhalb dieses Signal-freien Intervalls ($\Delta t \approx 15 \text{ ms}$) gemessen. Dies ermöglicht einerseits die Trennung zwischen Signal und Untergrund für Prozesse deren Zeitskalen lang gegenüber $1/f_{chopper}$

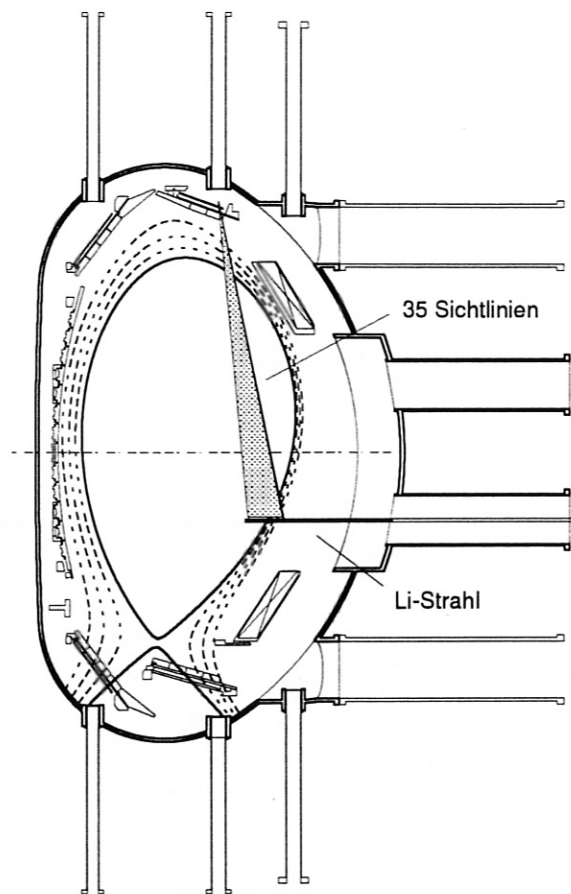


Abbildung 3.1: Sichtlinien der Li-Strahl-Diagnostik.

sind. Andererseits kann bei periodischen Prozessen, die kurz gegenüber dem signalfreien Zeitraum sind, zwischen Untergrundereignissen, die vollständig im Chopper-Zeitintervall stattfinden, und Signal unterschieden werden. Diese Methode wird bei der Auflösung von ELMs angewandt.

Die relative Eichung der Empfindlichkeit der einzelnen Kanäle geschieht während eines kurzen Gaspulses nach jedem Schuß. Im Neutralgas ist die Abschwächung des Li-Strahls so gering, so daß unter der Annahme eines konstanten Leuchtsignales Eichfaktoren für jeden Kanal bestimmt werden können [12].

Die Fehlerquellen bei der Bestimmung von Elektronendichteprofilen können in zwei Kategorien unterteilt werden:

1. Fehler bei der Bestimmung des Leuchtprofils:

- Eine offensichtliche Fehlerquelle ist das statistische Rauschen der Photonen. Es nimmt mit längerer Integrationszeit Δt_{int} gemäß $1/\sqrt{\Delta t_{int}}$ ab und wird für $\Delta t_{int} = 400 \mu s$ und den Kanal geringster Signalintensität auf ca. 10% geschätzt.
- Unsicherheiten in der Bestimmung der Eichfaktoren treten auf, da die Intensität der Strahlung beim Eichverfahren typisch $100\times$ geringer ist, als das Maximum des Leuchtprofils und sich dadurch Photonen-Rauschen stark auswirkt². Dane-

²Die Integrationszeit für die Eichung ist durch die Dauer des Gaspulses beschränkt.

ben kommt es aufgrund einer nicht vollständig realisierbaren magnetischen Abschirmung der Beschleunigungsstrecke des Lithiums bei Magnetfeldänderungen zu unterschiedlichen Strahlablenkungen. Damit können sich die Eichfaktoren der Kanäle während einer Plasmaentladung verändern und zu Fehlern im Profil führen. Die Unsicherheit liegt in der Größenordnung von einigen Prozent.

- Bei der Subtraktion des Signaluntergrundes vom gemessenen Leuchtsignal wirken sich Fehler im gemessenen Untergrundsignal, insbesondere bei geringem Signal-zu-Untergrund-Verhältnis (typisch 3 – 10), auf die Rekonstruktion des Leuchtprofils aus. Die statistische Unsicherheit liegt in der Größenordnung des statistischen Rauschen des Signales.

2. Fehler bei der Rekonstruktion der Elektronendichten aus den Leuchtprofilen:

- In die Rekonstruktion der Elektronendichte gehen auch Elektronentemperatur und Verunreinigungsgrad des Plasmas ein. Für sie werden typische Profile bzw. Werte angenommen, so daß es je nach Entladung oder zeitlicher Veränderung von T_e oder Z_{eff} zu Abweichungen kommt. Da die Elektronendichte unempfindlich gegenüber Fehlern in T_e und Z_{eff} reagiert, wird diese Fehlerquelle gegenüber anderen vernachlässigt. Es ist jedoch nicht auszuschließen, daß es bei der Betrachtung von ELMs aufgrund der starken Temperaturveränderung in der Randschicht zu systematischen Fehlern in der Rekonstruktion des Dichteprofiles kommt.
- Der Fehler in der Rekonstruktion der Elektronendichten wird hauptsächlich durch die Unsicherheit in der Kenntnis der benötigten Wirkungsquerschnitte verursacht. Die Auswirkungen auf die Dichteprofile sind schwer abzuschätzen und am einfachsten durch einen Vergleich mit einer unabhängigen Dichtediagnostik (z.B. Mikrowellen-Reflektometrie) zu erhalten.

Da bei der durchgeführten Transportanalyse Fehler in der Zeitableitung $\partial n / \partial t$ eine große Rolle spielen (vgl. Kap. 5.1.3), wird die Auswirkung der statistischen Fehler auf das Dichteprofil in einer Sensitivitätsanalyse untersucht. Ein Leuchtprofil wird mehrmals mit einem geschätzten Fehler von 5-10% verrauscht. Aus den verrauschten Leuchtprofilen werden jeweils Elektronendichten rekonstruiert. Die Standardabweichung dieser Dichteprofile vom mittleren Dichteprofil ist ein Maß für die Unsicherheit der Dichten. Das angenommene Leuchtprofil und die daraus rekonstruierte Dichte mit ihren Fehlern ist in Abb. 3.2 aufgetragen. Der Fehler beträgt ca. 5% und akkumuliert sich schwach mit fortschreitender Integration entlang des Li-Strahls.

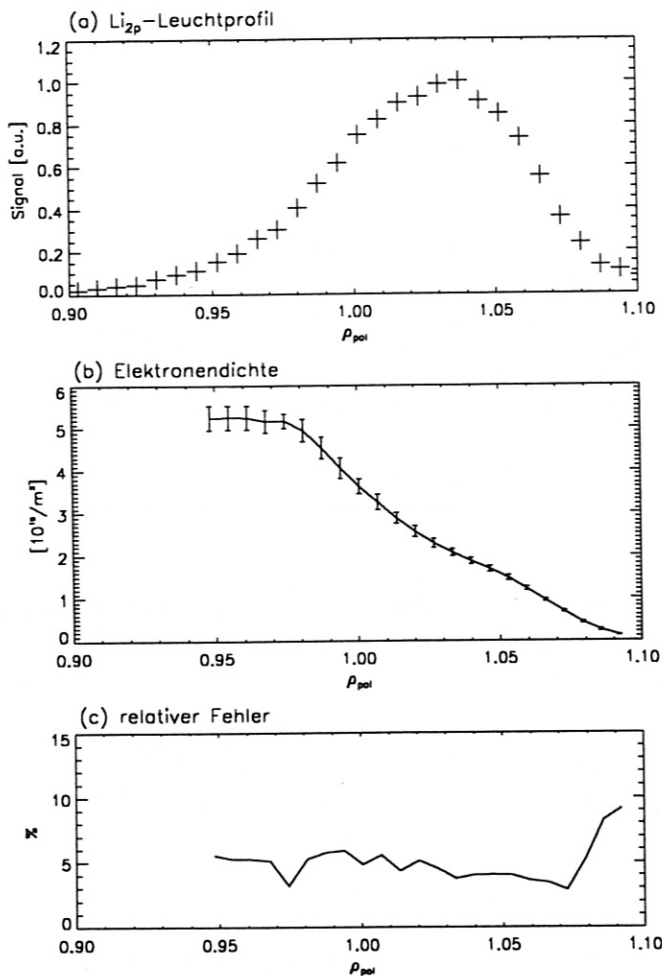


Abbildung 3.2: Sensitivitätsstudie zur Abhängigkeit der aus Li_{2p} -Intensitätsprofilen rekonstruierten Elektronendichteprofile. Die Schwankungen in der Signalintensität betragen zwischen 10% bei geringer und 5% bei maximaler Intensität. Sie wurden für 50 Profile zufällig erzeugt. Das Ausgangs-Leuchtprofil gehört zur Entladung #6541 und entspricht einem typischen H-Mode Dichteprofil.

3.1.2 DCN-Laser Interferometer

Die Dichtemessung durch Interferometrie beruht auf der Abhängigkeit des Brechungsindex des Plasmas von der Elektronendichte. Im Fall der *ordentliche Welle*³ gilt für den Brechungsindex [1]

$$N^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (3.6)$$

wobei $\omega_p = \sqrt{e^2 n_e / \epsilon_0 m_e}$ die Plasmafrequenz ist. Elektromagnetische Wellen oberhalb der Plasmafrequenz können sich nicht im Plasma ausbreiten. Für $\omega < \omega_p$ wird der Brechungsindex komplex und die Welle gedämpft. Dies läßt sich auch in Form einer kritischen Dichte ausdrücken, oberhalb der sich die elektromagnetische Welle einer bestimmten Frequenz nicht ausbreiten kann.

$$n_{krit} = \epsilon_0 m_e \frac{\omega^2}{e^2} \quad (3.7)$$

³Bei elektromagnetischen Wellen in statischen \vec{B} -Feldern unterscheidet man zwischen einer Polarisation $\vec{E} \parallel \vec{B}$, der ordentlichen Welle oder O-Mode und einer Polarisation $\vec{E} \perp \vec{B}$, der außerordentlichen Welle oder X-Mode. Die Dispersionsrelation der O-Mode entspricht der Dispersionsrelation ohne \vec{B} -Feld.

Für Frequenz $\omega \gg \omega_p$ kann man die Dichteabhängigkeit des Brechungsindex linearisieren:

$$N \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} = 1 - \frac{n}{2n_{krit}}. \quad (3.8)$$

Im verwendeten *Mach-Zehnder-Interferometer* [14] wird der Strahl eines DCN-Lasers ($\lambda = 195 \mu m$) geteilt, auf zwei getrennten Wegen, von denen einer durch das Plasma führt, geleitet und wieder überlagert. Im Gegensatz zum Michelson-Interferometer werden alle Strahlwege nur in einer Richtung durchlaufen. Dies ist notwendig, da der verwendete DCN-Laser empfindlich gegenüber Reflektion ist. Die Phasendifferenz $\Delta\Phi$ als Differenz der optischen Weglängen beider Strahlen ist proportional zum Linienintegral über die Dichte entlang des Strahlweges

$$\Delta\Phi = \frac{\omega}{2cn_{krit}} \cdot \int_L n_e(l) dl. \quad (3.9)$$

Die Frequenz des Referenzstrahles wird nun um $\Delta\omega/2\pi = 10 kHz$ verschoben, so daß die Strahlen beim Zusammenführen unterschiedliche Frequenzen ω_1^0 und ω_2^0 besitzen. Die Detektor-Dioden detektieren die Schwebungsfrequenz $\Delta\omega^0 = \omega_2^0 - \omega_1^0$. Eine Veränderung der Phasenverschiebung hat eine Verschiebung der Schwebungsfrequenz $\Delta\omega = \Delta\omega^0 + d\Phi/dt$ zur Folge. Solange die Phasenverschiebung langsamer verläuft als die Frequenzverschiebung $\Delta\omega^0$, läßt sich der detektierten Schwebungsfrequenz eindeutig eine Phasenverschiebung zuordnen.

Um aus den Linienintegralen eine räumlich aufgelöste Dichteinformation zu erhalten, nutzt man aus, daß die Dichte als Flußflächengröße nur von einer radialen Koordinate abhängt. In diesem Fall kann durch eine Abel-Inversion [14] von Linienintegralen auf Dichteprofile geschlossen werden. Bei einer geringen Anzahl von Sichtlinien ist es jedoch stabiler, Dichteprofilfunktionen mit wenigen Parametern vorzugeben und die Parameter iterativ an die Messungen anzupassen (vgl. Kapitel 3.1.3).

Bemerkungen zum DCN-Laser Interferometer am ASDEX Upgrade:

- Die Dichteauflösung ist durch die verwendete Frequenz vorgegeben, da sie bestimmt, welche Dichteänderung die optische Weglänge um $\Delta\phi = 2\pi$ verändert. Durch Einsetzen in die Glgn. 3.9 und 3.7 sieht man, daß die minimal auflösbare Dichteänderung proportional zur Frequenz ω ist. Am verwendeten Interferometer beträgt sie $\Delta n_{min} \approx 5 * 10^{17} m^{-3}$.
- Die Abtastrate von 10 kHz beruht auf dem Nyquistkriterium, da das Interferenzmuster einer größeren Frequenzverschiebung gegenüber dem 10 kHz-Referenzsignal nicht mehr eindeutig zugeordnet werden kann. Zusammen mit dem Dichteauflösungsvermögen ergibt sich eine maximal detektierbare Phasenfluktuation, die einer Dichteänderungen von $\approx 5 * 10^{19} m^{-3}/ms$ entspricht. Sie wird bei Pellet-Injektion und ELMs insbesondere in den Randkanälen zum Teil überschritten. Aus diesem Grund werden bei der in Kap. 3.1.3 beschriebenen Konstruktion globaler Dichteprofile die den Rand stark wichtenden Kanäle V-2 und V-3 sowie der den Divertor durchstrahlende Kanal V-1 nicht berücksichtigt.

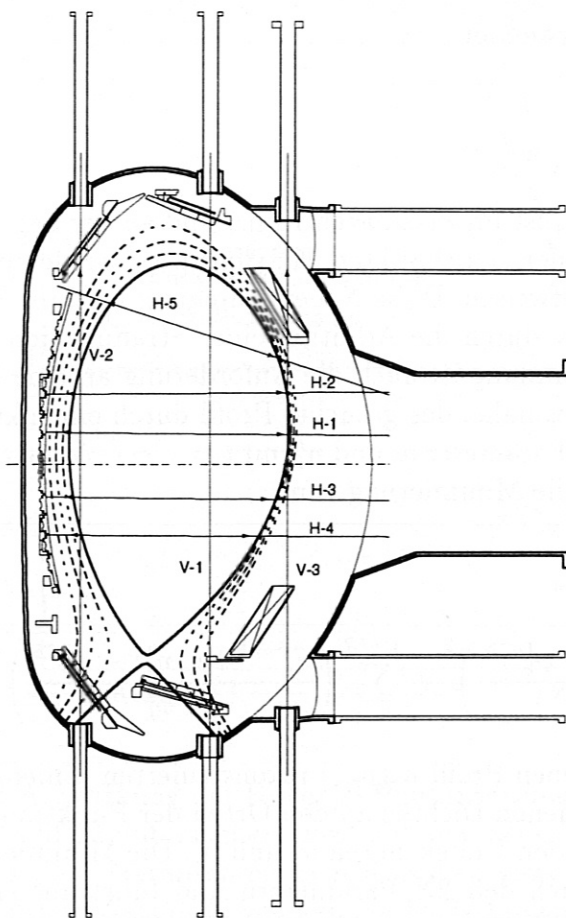


Abbildung 3.3: Sichtlinien des DCN-Laser Interferometers (Stand: Dezember 95).

- Die Geometrie der Sehstrahlen und damit die Ortsauflösung ist auf ca. 2% bekannt. Es existieren 8 Kanäle, deren Sichtlinien unterschiedlich tief in das Plasma eindringen.
- Bei hohen Dichten ($\geq 10^{20} m^{-3}$) und damit einhergehenden großen Dichtegradienten wird die Strahlablendung des Sehstrahles durch das Plasma so groß, daß er nicht mehr mit dem Referenzstrahl überlagert.
- Die kritische Dichte (cut-off) des DCN-Lasers ist ungefähr $3 \cdot 10^{22} m^{-3}$ und stellt im Fusionsexperiment keine Einschränkung dar.

3.1.3 Gemeinsame Dichtepprofile

Aus den durch Interferometrie bestimmten Linienintegralen ϕ_k^{DCN} und den Punktmessungen ϕ_k^{LIB} der Li-Strahl-Diagnostik soll ein gemeinsames Elektronendichteprofil erstellt werden. Voraussetzung für die Entfaltung der Linienintegrale und die Berücksichtigung der Punktmessungen ist die Konstanz der Dichte auf Flußflächen. Aufgrund $D_{\parallel} \gg D_{\perp}$ ist dies für die betrachteten Prozesse eine angemessene Annahme. Die Flußflächen werden mit einer Maßzahl ρ gekennzeichnet. Sie wird aus der Flußfunktion Ψ berechnet. In dieser

Arbeit wird der poloidale Fluß Ψ_{pol} verwendet.

$$\rho_{pol} = \sqrt{\frac{\Psi_{pol}^{Zentrum} - \Psi_{pol}}{\Psi_{pol}^{Zentrum} - \Psi_{pol}^{Sep}}} \quad (3.10)$$

Die poloidale Flußflächenkoordinate ρ_{pol} ist im Plasmazentrum 0 und an der Separatrix 1. Das Dichteprofil soll die mit einem Fehler ϵ_k behafteten Messungen ϕ_k wiedergeben und zusätzlich eine minimale Krümmung aufweisen. Diese Nebenbedingung wird im Sinne der Regularisierungsmethode von Tikhonov durch die Addition einer Straffunktion gewährleistet [15]. Eine Minimierung der Krümmung ist auch die Anforderung an eine kubische Spline-Interpolation. Demzufolge liegt es nahe, das gesuchte Profil durch einen kubischen Spline an N Stützstellen, d.h. durch $2N$ Parameter n_i und n'_i mit $i = 1, \dots, N$ darzustellen. Man erhält die beste Näherung durch die Minimierung von

$$Q = \int_{\rho_{pol}=0}^{\rho_{pol,max}} \left(\frac{d^2 n_e(\rho_{pol})}{d\rho_{pol}^2} \right)^2 d\rho_{pol} + A_0 \left[\sum_{k=1}^{K^{DCN}} \left(\frac{S_k^{Linie}(n_i, n'_i) - \phi_k^{DCN}}{\epsilon_k^{DCN} \phi_k^{DCN}} \right)^2 + \sum_{k=1}^{K^{LIB}} \left(\frac{S_k^{Punkt}(n_i, n'_i) - \phi_k^{LIB}}{\epsilon_k^{LIB} \phi_k^{LIB}} \right)^2 \right] \quad (3.11)$$

Dabei sind S_k die aus dem angenommenen Profil $n_e(\rho_{pol})$ rekonstruierten Linienintegrale bzw. durch Spline-Interpolation gewonnenen Dichten an den Orten der Punktmessungen. Beide Summanden sind quadratisch in den Unbekannten n_i und n'_i . Die Minimierung des Ausdrucks erfordert die Ableitung nach den $2N$ Parametern und führt auf ein lineares Gleichungssystem, das durch Gauß-Elimination gelöst wird. Der Wichtungsfaktor A_0 wichtet die Forderung minimaler Krümmung gegenüber der Forderung nach Einhaltung der Meßwerte innerhalb der vorgegebenen Fehlerintervallen und wird iterativ bestimmt.

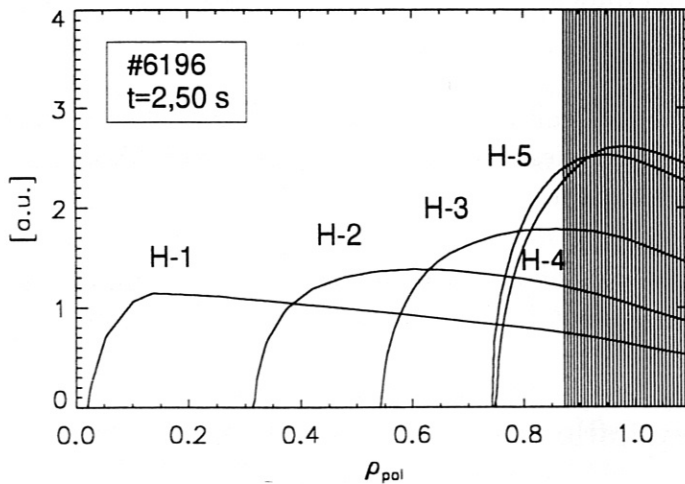


Abbildung 3.4: Räumliche Gewichtung der Linienintegrale des DCN-Interferometers und der Punktmessungen der Li-Strahl Diagnostik in der gemeinsamen Entfaltung. Die Punktmessungen sind mit einer δ -Funktion gewichtet.

In Abb. 3.4 ist die räumliche Gewichtung von Punkt- und Linienmessungen gezeigt. Der Plasmarand, an denen die Punktmessungen δ -förmig eingehen, trägt wesentlich zur Rekonstruktion der Linienintegrale bei. Das hat zur Folge, daß sich kleine Fehler in der Randdichte stark auf die Dichte im Plasmazentrum auswirken und sich Rauschen aus der Li-Strahl-Messung auf zentrale Bereiche ausdehnt.

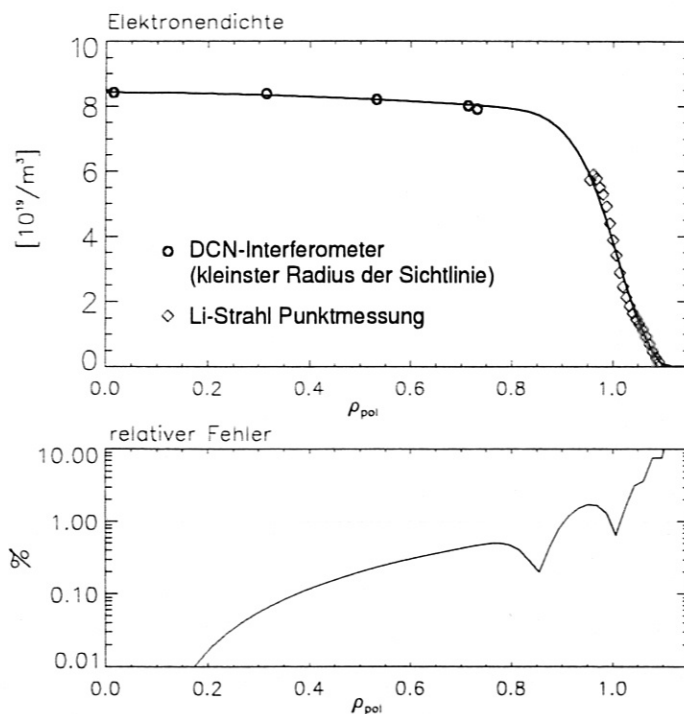


Abbildung 3.5: Fehler in einem aus DCN-Linienintegralen und Li-Strahl Randmessungen entfalten Elektronendichte-profil. Ein Li_{2p} -Leuchtprofil der Entladung #6541 wurde $50\times$ verrauscht, die Randdichten berechnet und mit den dem Zeitpunkt entsprechenden DCN-Linienintegralen entfaltet (oben). Dazu ist der relative Fehler aufgetragen (unten).

Um die Auswirkung der Fehler in Punktmessungen und Linienintegralen auf das gemeinsame Profil zu untersuchen, wird auf eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Die in Kap. 3.1.1 aus den verrauschten Leuchtprofilen gewonnenen Randdichten werden jeweils mit zum gleichen Zeitpunkt gehörenden DCN-Linienintegralen entfaltet. Die statistische Unsicherheit der DCN-Linienintegrale ($\leq 0,1\%$) ist gegenüber der Unsicherheit der Randdichten zu vernachlässigen. Aus der Standardabweichung der Dichte von einem mittleren gemeinsam entfaltenen Profil wird ein relativer Fehler berechnet und in Abb. 3.5 über den Plasmaradius aufgetragen. Die Unsicherheit in der Randdichte wirkt sich bis ins Plasmaminnere aus. Die Unsicherheit der Dichte im für die ELM-Untersuchungen wichtigen Randbereich ($\rho_{pol} = 0,8 - 1,0$) beträgt zwischen 0,5 und 2%.

3.2 Elektronentemperatur

Die Beschreibung der Geschwindigkeitsverteilung eines Ensembles (hier der Elektronen) durch eine Temperatur setzt ein thermisches Gleichgewicht und damit eine Maxwell'sche Verteilungsfunktion voraus. Da kein globales Gleichgewicht vorliegt, spricht man von lokalen Gleichgewichten und lokalen Temperaturen. Doch auch die Annahme eines lokalen Gleichgewichtes ist nur eine Näherung, da durch Heizverfahren schnelle Elektronen erzeugt werden, die erst innerhalb einer mittleren Thermalisierungszeit ihre Energie durch Stöße an andere Elektronen abgeben.

3.2.1 ECE Radiometer

Die ECE-Diagnostik (Electron Cyclotron Emission) beruht auf der Messung der Spektren der Elektronen-Zyklotronstrahlung und erlaubt eine orts- und zeitaufgelöste Bestimmung

der Elektronentemperatur.

Elektron-Zyklotronstrahlung

Im Magnetfeld führen freie Elektronen eine Gyrationbewegung um die Feldlinien aus, deren Frequenz nur von der Magnetfeldstärke abhängt. Als bewegte Ladungen emittieren sie dabei elektromagnetische Strahlung der Elektronen-Zyklotronfrequenz und ihrer höheren Harmonischen

$$\omega_c = n \frac{eB}{m}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.12)$$

Die emittierte Frequenz $\nu [Hz] = n * 28GHz * B[T]$ ist proportional zur Magnetfeldstärke, welche im wesentlichen durch das Toroidalfeld $B_t(R) = B_t(R_0) \frac{R_0}{R}$ bestimmt wird. Somit liefert die Frequenz die Information über den Ort der Emission. Für die Intensität der Strahlung spielt die optische Tiefe, definiert als Integral entlang einer Sichtlinie über den Absorptionskoeffizienten

$$\tau_\omega = \int \alpha(\omega, \vec{r}) dl, \quad (3.13)$$

eine wichtige Rolle. Kleine τ_ω beschreiben für elektromagnetische Wellen der Frequenz ω transparente Plasmen, große τ_ω eine fast vollständige Absorption der Frequenz ω . Für die spektrale Strahlungsintensität eines im thermischen Gleichgewicht befindlichen thermischen Plasmas gilt

$$I(\omega) = I_S(\omega)(1 - e^{-\tau}). \quad (3.14)$$

Die Intensität der Schwarz-Körper Strahlung I_S stellt die obere Grenze dar. Für optische Dicken über 3 (wie sie bei der verwendeten zweiten Harmonischen meistens vorliegen) beträgt die Intensität einer Welle, nach einmaligen Durchgang durch das Plasma bereits 95% der Strahlintensität eines schwarzen Körpers. Dann beschreibt das Planck'sche Strahlungsgesetz bzw. das Rayleigh-Jeans'sche Gesetz als langwellige Näherung

$$I(\omega) = \frac{\omega^2 T_e}{8\pi^3 c^2} \quad (3.15)$$

die Intensität der Strahlung. Die gemessene Intensität ist in diesem Fall proportional zur Elektronentemperatur T_e und unabhängig von der Elektronendichte n_e .

Um ein Temperaturprofil senkrecht zu den magnetischen Flußflächen aufzunehmen, beobachtet man die außerordentliche Welle (X-Mode). Abbildung 3.6 zeigt Resonanz- und Cut-Off-Frequenzen der X-Mode. Für höhere Dichten liegt die Frequenz der ersten Harmonischen ($n = 1$) unterhalb der Plasmafrequenz. Eine Welle dieser Frequenz kann im Plasma nicht propagieren, so daß aus diesem Grund die zweite Harmonische ($n = 2$) detektiert wird.

Das ECE Super-Heterodyn Radiometer

Die typischen Frequenzen der zweiten Harmonischen liegen zwischen 80 und 190 GHz. Die von einer Antenne aufgefangene Strahlung wird mit Hilfe von Lokaloszillatoren und Mischern auf niedrigere Frequenzen heruntergemischt. Der ECE-Diagnostik am ASDEX Upgrade (Abb. 3.7) stehen vier Mischer mit Lokaloszillatoren bei 53,2, 74, 101 und 133 GHz

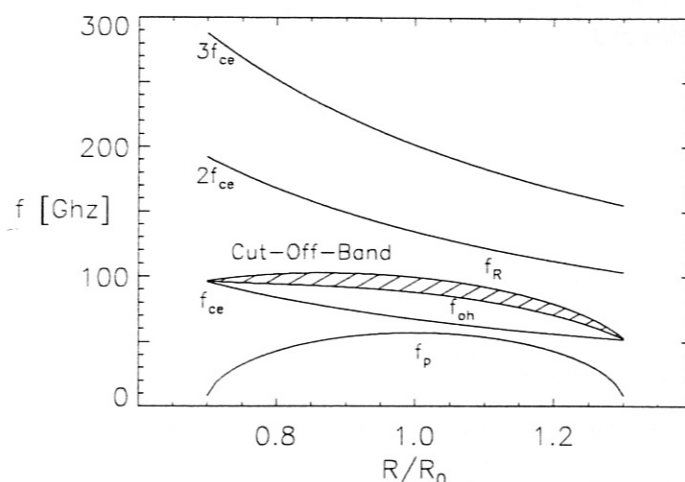


Abbildung 3.6: Die ersten drei Harmonischen der Zyklotronfrequenz f_{ce} , die obere Hybridfrequenz $f_{oh} = \sqrt{f_p^2 + f_{ce}^2}$, sowie die rechtszirkularpolarisierte Cut-Off-Frequenz $f_R = \frac{1}{2} \left[f_{ce} + \sqrt{f_{ce}^2 + 4f_p^2} \right]$ sind dargestellt. Es wird ein parabolisches Dichteprofil mit einem Maximalwert von $n_e = 4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ und eine Magnetfeldstärke von $B_t = 2,4 \text{ T}$ für $R = R_0$ angenommen.

zur Verfügung. Sie können durch schwenkbare Spiegel wahlweise an die Antenne angekoppelt werden. Vor jedem Mischer wird noch durch einen Hoch- oder Bandpaßfilter zwischen dem oberen und unteren Seitenband unterschieden. Die Zwischenfrequenz (ZF) ($3 - 18 \text{ GHz}$) wird verstärkt und mit Leistungsteilern auf 36 Kanäle aufgeteilt. Bandpaßfilter bestimmen in jedem Kanal ein schmales Frequenzintervall ($\Delta f = 300 - 600 \text{ MHz}$). Dieses Signal wird mit einer Diode detektiert und verstärkt, durch einen Tiefpaßfilter die Video-Bandbreite begrenzt, weiter verstärkt und dann mittels Analog/Digital-Wandlung erfaßt.

Das Super-Heterodyn-Radiometers am ASDEX Upgrade erreicht bei einer ZF-Bandbreite von 300 MHz eine Ortsauflösung von $6 - 10 \text{ mm}$. Die Videobandbreite beträgt $15 - 100 \text{ kHz}$. Dementsprechend wird mit $31,25 - 250 \text{ kHz}$ gesampelt, so daß eine Zeitauflösung von $< 32 \mu\text{s}$ erzielt wird.

Die Anwendbarkeit der Methode ist zu hohen Dichten hin beschränkt. Die emittierte Elektronenzyklotronstrahlung darf auf dem Weg zur Antenne nicht das durch die Frequenz der rechtszirkularpolarisierten Welle f_R begrenzte Cut-Off-Band schneiden. Die daraus folgende obere Grenze für die Dichte ist $n_e < n(n-1) \frac{\epsilon_0}{m_e} B^2$. Eine weitere Voraussetzung ist eine ausreichende optische Tiefe, da im Fall geringer optischer Tiefe bei geringer Elektronendichte und -temperatur die Intensität nicht mehr durch das Planck'sche Strahlungsgesetz beschrieben wird.

Mögliche Fehler in der Messung der Elektronentemperatur mit dem ECE-Radiometer sind:

1. Fehler in der Messung der Strahlungsintensität:

- Die statistische Unsicherheit aufgrund von Plasmarauschen ist durch die Bandbreite des Signals vor der Detektordiode Δf_{ZF} und der Abtastfrequenz (Video-

bandbreite Δf_{video}) bestimmt. Sie verhält sich gemäß

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta f_{video}}{\Delta f_{ZF}}. \quad (3.16)$$

- Das Rauschen der Elektronik ist gegenüber dem Plasmarauschen zu vernachlässigen.
- Da bei der Eichung nicht der gleiche Strahlweg wie bei der Plasmamessung verwendet wird, kann die Kalibrierung zu einem systematischen Fehler von bis zu ca. 3 – 5% führen.
- Die Temperaturabhängigkeit der Detektordioden und der ZF-Verstärker führen zu Schwankungen von bis zu 5 – 7% in der Signalintensität. Der Fehler eines einzelnen Kanals ist systematisch, da die Abweichung sich während der Messung einer Plasmaentladung praktisch nicht verändert.

2. Fehler in der Interpretation der detektierten Strahlungsintensität:

- Fehler in der Interpretation können durch Abweichungen der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen von der Gleichgewichtsverteilung auftreten. Insbesondere hohe Populationen an schnellen Elektronen spiegeln bei Messungen von der Niedrigfeldseite aufgrund der relativistischen Frequenzverschiebung eine lokal zu hohe Elektronentemperatur vor.
- Da die Rekonstruktion des Emissionsortes der Zyklotronstrahlung auf der lokalen Magnetfeldstärke beruht, ist er nur mit der Genauigkeit der Gleichgewichtsberechnung bekannt. Sie sind auf ca. 1 – 3 cm bestimmt, wobei die Genauigkeit am Rand größer als im Plasmazentrum ist.
- Die detektierte Welle erfährt im Plasma eine Ablenkung, wenn Dichte- und demzufolge auch Brechungsindexgradienten senkrecht zur Strahlausbreitung stehen. In diesem Fall wird einer Frequenz eine falsche Flußfläche zugeordnet. Da das verwendete Radiometer nahe der Mittelebenen mißt, spielt die Strahlablenkung insbesondere bei Randschichtmessungen keine Rolle.

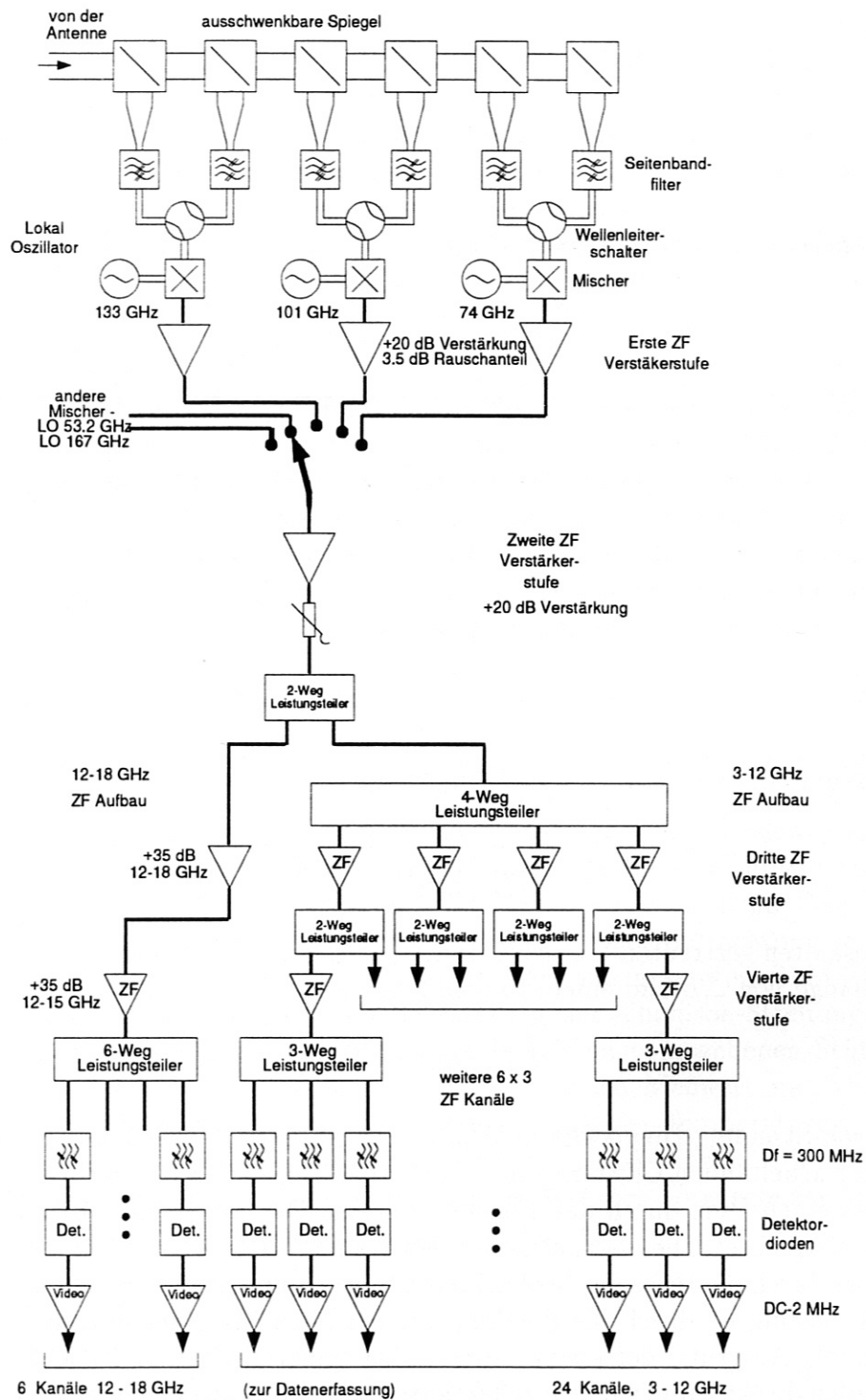


Abbildung 3.7: Schematischer Aufbau des Super-Heterodyne Radiometers (Stand 1995) [16].

3.2.2 Vertikale Thomson-Streuung

Die Streuung von elektromagnetischer Strahlung im Plasma bietet mehrere diagnostische Möglichkeiten. Sie kann Informationen über die Verteilungsfunktion der Elektronen und zum Teil auch der Ionen liefern. Das Plasma wird von Laserlicht durchstrahlt, dessen zeitlich veränderliches Feld geladene Teilchen im Plasma beschleunigt. Die beschleunigten Ladungen strahlen wie Hertz'sche Dipole elektromagnetische Wellen ab. Dieses ist das klassische Bild der Streuung von Photonen an freien Ladungen und wird in diesem Grenzfall ($\hbar\omega \ll m_e c^2$)⁴ als *Thomson-Streuung* bezeichnet [17].

Der differentielle Thomsonstreuquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{q^4}{(4\pi\epsilon_0 m_e c^2)^2} \sin^2 \Theta, \quad (3.17)$$

mit Θ als Winkel zwischen eingestrahelter Welle und Beobachtungsrichtung ist umgekehrt proportional zum Quadrat der Teilchenmasse. Daher leisten die Elektronen den wesentlichen Beitrag zur Streuintensität. Bewegt sich das streuende Elektron mit der Geschwindigkeit \vec{v} , so ist die Frequenz der gestreuten Welle um $\Delta\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}$ Doppler-verschoben. Bei einer thermischen Verteilung der Elektronen kommt es zu einer temperaturabhängigen Verbreiterung des Streulichtspektrums. Durch Messung der spektralen Streulichtintensität kann man aus der Halbwertsbreite des Streulichtes

$$\Delta\lambda_{\frac{1}{2}} = 4\lambda_0 \sin\left(\frac{\Theta}{2}\right) \cdot \left(2k_B T_e \frac{\ln 2}{m_e c^2}\right) \quad (3.18)$$

die Elektronentemperatur bestimmen. Für $\Theta = 90^\circ$ gilt:

$$T_e = \frac{m_e c^2}{16k_B \ln 2} \left(\frac{\Delta\lambda_{frac12}}{\lambda_0}\right)^2. \quad (3.19)$$

Aus der gesamten gestreuten Intensität kann man auf die Elektronendichte schließen. Für eine Streulänge von ΔL und einem totalen Streuquerschnitt σ gilt:

$$\int I(\omega) d\omega \propto \sigma \Delta L n_e. \quad (3.20)$$

Die Thomson-Streuung-Diagnostik an ASDEX Upgrade (VTS) besteht aus zwei unabhängig voneinander arbeitenden Clustern mit je 6 Nd:YAG Lasern ($\lambda = 1064,0 \text{ nm}$), die ca. alle 10 – 50 ms einen Puls durch das Plasma schicken. Das Streulicht wird an 16 Punkten im Plasma betrachtet. Die Geometrie der Sehstrahlen ist in Abb. 3.8 zu sehen. Die Ortsauflösung ist durch die Höhe des beobachteten Streuvolumens von ca. 2,5 cm gegeben. Die zeitliche Auflösung ist durch die Pulsfrequenz der Nd:YAG Laser bestimmt und beträgt ungefähr 8 ms. Aufgrund der kleinen totalen Streuquerschnitte ist Falschlicht, daß heißt an Gefäßteilen direkt zum Detektor reflektiertes Laserlicht, problematisch. Weitere Fehlerquellen sind Detektorrauschen und Plasmarauschen, z.B. aus dem Bremsstrahlkontinuum. Der Fehler der gemessenen Temperaturen wird mit $\Delta T/T \simeq 10\%$ angegeben.

⁴Wenn der Impuls des Photons nicht mehr vernachlässigt werden kann, spricht man von *Compton-Streuung*.

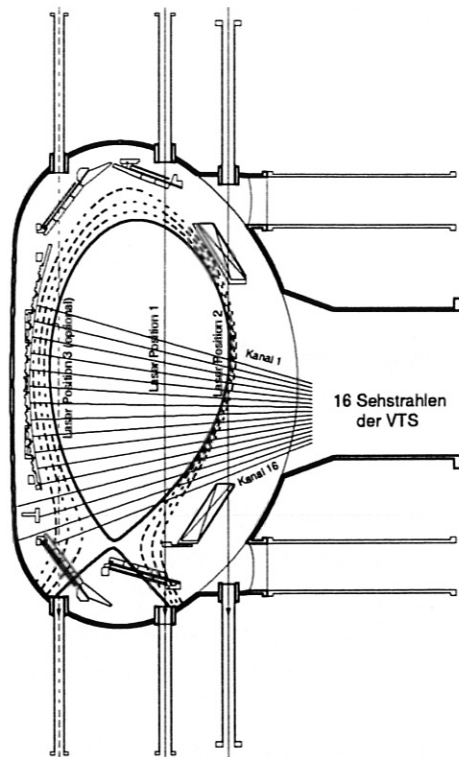


Abbildung 3.8: Sichtlinien der Vertikale-Thomson-Streuung-Diagnostik.

3.2.3 Gemeinsame Temperaturprofile

Da die Zeitauflösung der Thomson-Streuung-Diagnostik für die Beobachtung von Ereignissen in Zeitintervallen $< 1 \text{ ms}$ nicht ausreicht, müssen alle schnelleren zeitlichen Temperaturveränderungen mit dem ECE-Radiometer aufgenommen werden. Die Thomson-Streuung dient deshalb zur Ergänzung der Temperaturprofile des Radiometers, da diese aufgrund der begrenzten Zwischenfrequenzbandbreite und Anzahl an Empfängern nur einen Teil des Plasmaradius aufnehmen kann. Dies ist bei der Betrachtung von ELMs der Randbereich. Die zentrale Temperatur wird während des gesamten ELM-Zeitintervalls als konstant angenommen und durch eine Messung der Thomson-Streuung-Diagnostik beschrieben. Die Erstellung eines gemeinsamen Profils an vorgegebenen Stützstellen erfolgt durch eine glättende Spline-Interpolation, die jeden Meßwert mit seinem Fehler wichtet. Als Nebenbedingung wird ein im Zentrum flaches Temperaturprofil gefordert ($T'|_{\text{Zentrum}} = 0$). Der Spline-Fit bewirkt neben der Anpassung von VTS- und ECE-Temperaturen eine Minimierung der Krümmung im Rahmen vorgegebener Meßungenauigkeiten ($(\Delta T/T)_{ECE} = 1\%$ und $(\Delta T_e/T_e)_{VTS} \approx 10\%$).

Kapitel 4

Teilchen- und Energiequellen

Neben den Zustandsgrößen gehen Teilchen- und Energiequellen in die Transportgleichungen 2.21 und 2.22 ein. Da sie im allgemeinen nicht durch Messungen zugänglich sind, werden sie mit Hilfe von Modellen der im Plasma ablaufenden Vorgänge bestimmt. Die Quellen sind im wesentlichen für die Form der Gleichgewichtsprofile verantwortlich. Jedoch muß auch ihre Veränderung während schneller Vorgänge, wie z.B. ELMs, diskutiert und evtl. berücksichtigt werden.

Der Teilchenhaushalt wird durch die Ionisation von kalten vom Rand kommenden Neutralteilchen dominiert. Erst im Plasmazentrum spielt auch die Nachfüllung durch die Neutralinjektionsheizung (NI) eine Rolle. Die Energiedeposition erfolgt hauptsächlich durch die NI-Heizung. Ferner werden Ohmsche Heizung sowie Strahlungsverluste am Plasmarand berücksichtigt.

4.1 Wechselwirkung zwischen neutralen Teilchen und Plasma

Plasmateilchen (Ionen und Elektronen) entstehen durch Ionisation von neutralem Wasserstoff/Deuterium oder Verunreinigungsatomen und -ionen. Da neutrale Teilchen nicht an Magnetfeldlinien gebunden sind und ins Plasma eindringen können, erfordert die Erstellung eines Ionisationsprofils die Verfolgung der neutralen Teilchen im Gefäß. Die wichtigsten Wechselwirkungsprozesse für Wasserstoff im Wasserstoffplasma sind:

- Elektronenstoßionisation:



- Ionenstoßionisation:



- Ladungsaustausch:



- Elektronenstoßionisation von molekularem Wasserstoff:



- Dissoziation von molekularem Wasserstoff:



Die Reaktionsrate hängt von der Relativgeschwindigkeit der beteiligten Teilchen ab. Diese wird durch die (gerichtete) Geschwindigkeit der Atome (Beam) und der Temperatur der wechselwirkenden Plasmateilchensorte (Target) bestimmt:

$$\frac{\text{Anzahl an Reaktionen}}{m^3 s} = n_{\text{beam}} n_{\text{target}} \langle \sigma v_{\text{rel}} \rangle. \quad (4.6)$$

Eine exakte Bestimmung des Ratenkoeffizienten $R = \langle \sigma v_{\text{rel}} \rangle$ erfordert eine Mittelung über die Verteilung der Relativgeschwindigkeit. Ist die Strahlgeschwindigkeit größer als die thermische Geschwindigkeit des Targets, so stellt $R = \sigma v_{\text{beam}}$ eine gute Näherung für den Ratenkoeffizienten dar. Im anderen Grenzfall einer höheren thermischen Geschwindigkeit des Targets genügt es, über die Geschwindigkeitsverteilung des Targets zu mitteln ($R = \langle \sigma v_{\text{target}} \rangle$). Die Wirkungsquerschnitte bzw. Ratenkoeffizienten liegen tabelliert vor [18] und werden über parametrisierte Fitfunktionen in Abhängigkeit von der Energie des Beamteilchens bei ruhendem Target (bei Wirkungsquerschnitten) oder von der Temperatur des Targets (bei Ratenkoeffizienten) berechnet.

Es existieren zwei verschiedene Quellmechanismen. Zum einen herrscht am Plasmarand aufgrund von Rekombination oder Neutralgaszufuß eine Neutralgasdichte. Zum anderen werden zur Heizung des Plasmas neutrale Atome mit hohen Energien in das Plasma injiziert. Aufgrund der verschiedenen Energien sowie einer unterschiedlichen Geometrie der Neutralteilchenflüsse werden diese beiden Mechanismen im folgenden getrennt behandelt.

4.2 Ionisation neutraler Teilchen vom Rand

Neutrale Teilchen entstehen hauptsächlich am kalten Rand, wo Plasmateilchen rekombinieren und Moleküle formen und Neutralgas durch Gasventile in das Gefäß geleitet wird. Auf dem Weg in das Plasma können die Moleküle durch Elektronenstoß angeregt oder ionisiert werden bevor sie dissoziieren. Nach der Dissoziation hat der atomare Wasserstoff typischerweise eine $T = 2 - 3 \text{ eV}$ entsprechenden Geschwindigkeit $v_0 = \sqrt{2k_B T / m_0}|_{T=2,5 \text{ eV}} = 1,5 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ (Frank-Condon-Effekt). Aufgrund der Impulserhaltung fliegen die beiden Atome in entgegengesetzte Richtungen. Da die mittlere Dissoziationslänge von H_2 sehr viel kürzer als die mittlere Ionisationslängen von atomarem Wasserstoff mit $E = 3 \text{ eV}$ ist, trifft im Mittel die Hälfte des im randnahen Plasma dissoziierten neutralen Wasserstoffs wieder auf die Wand. Die Größenordnungen der Teilchenflüsse dieser Randprozesse sind in Abb.4.1 schematisch dargestellt.

Die andere Hälfte des neutralen, atomaren Wasserstoffs kann ionisieren oder Ladungsaustausch erfahren. Die Ratenkoeffizienten für diese Prozesse sind in Abb. 4.2 aufgetragen¹. Man erkennt, daß für Temperaturen $< 10^3 \text{ eV}$ die Elektronenstoßionisation der

¹Die Verwendung des über eine thermische Geschwindigkeitsverteilung gemittelten σ_e ist angemessen, da die thermische Geschwindigkeit der Elektronen die Relativgeschwindigkeit bestimmt. Die beiden $H - H^+$ -Prozesse sind nur näherungsweise richtig beschrieben, da Beam und Target vergleichbare Geschwindigkeiten besitzen.

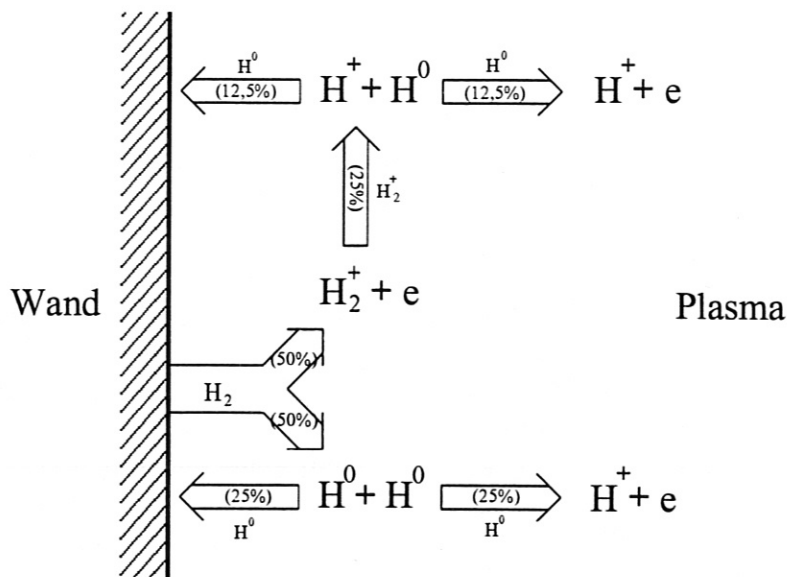


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung von Dissoziation und Ionisation am Plasmarand. Die Prozesse werden überwiegend durch Elektronenstoß verursacht. Die Prozent-Angaben beziehen sich auf den Fluß von gebundenen Elektronen, wie sie für das verwendete Modell abgeschätzt werden.

dominierende Prozeß zur Erzeugung zusätzlicher geladener Teilchen ist. Die Wahrscheinlichkeit eines Ladungsaustauschprozesses ist jedoch höher, was zur Folge hat, daß das neutrale Teilchen nach dem Ladungsaustausch eine andere Bewegungsrichtung und eine Geschwindigkeit entsprechend der lokalen Ionengeschwindigkeitsverteilung annimmt. Eine genaue Behandlung der Ladungsaustauschprozesse erfordert eine aufwendige Monte-Carlo-Rechnungen, die nicht im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt werden soll.

Das verwendete Modell vernachlässigt Ladungsaustauschprozesse vollständig. Es geht von einem Neutralteilchenfluß einer diskreten Geschwindigkeit aus, der senkrecht zu den Flußflächen in das Plasma eindringt und dort durch Ionisation abgeschwächt wird. Um die Ionisation von molekularem Wasserstoff zu berücksichtigen, wird zwischen einem Molekülfluß und einem Atomfluß unterschieden. Der molekulare Wasserstoff ist kalt ($T_{H_2} \approx 1/40 \text{ eV}$) und besitzt eine größere Teilchenmasse, so daß seine Geschwindigkeit geringer ist als die des dissoziierten Wasserstoffs mit typischerweise $T_H = 2 - 3 \text{ eV}$. Die Ionisationsdichte, die dem Quellterm für Plasmateilchen entspricht, berechnet sich aus

$$S_s = n_s n_e \langle \sigma_e^s v_e \rangle = \Gamma_s n_e \frac{\langle \sigma_e^s v_e \rangle}{v_s} \quad s = H_2, H. \quad (4.7)$$

Die Abschwächung des Neutralteilchenflusses Γ_s wird durch $\vec{\nabla} \cdot \vec{\Gamma}_s = S$ verfolgt. Für zylindrische Symmetrie berechnet sich der Quellterm durch [19]:

$$S(r) = \sum_s \Gamma_s \frac{r_0}{r} \frac{d}{dr} e^{-\int_r^{r_0} \frac{n_e(r') \langle \sigma_e^s v_e \rangle (T(r'))}{v_N(T(r'))} dr'}. \quad (4.8)$$

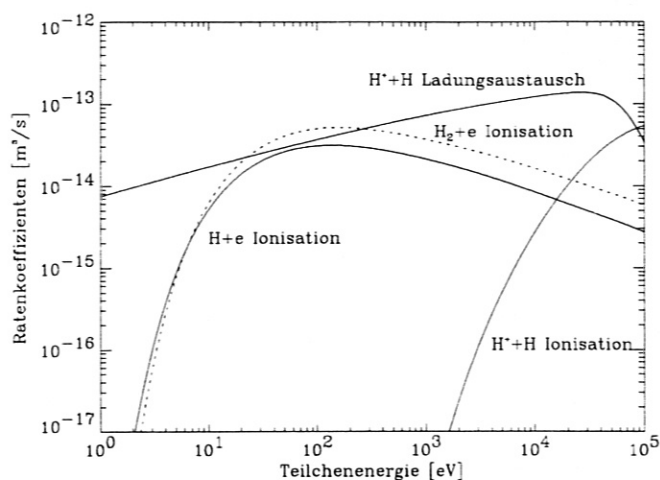


Abbildung 4.2: Ratenkoeffizienten für den Ladungsaustausch mit Plasmaionen $\sigma_{cx}v_H$ und die Ionisationsraten für Ionenstoß $\sigma_i v_H$ (beides Freeman und Jones 1974) und Elektronenstoß $\langle \sigma_e v_e \rangle$ (Janev 1987) in Abhängigkeit von der Teilchenenergie (bei den $H - H^+$ -Prozessen die Neutralteilchenenergie und beim Elektronenstoß die thermische Energie der Elektronen).

Die Bestimmung der Startwerte für den Fluß Γ_s ist schwierig. Der gesamte Neutralfluß wird am Experiment durch die H_α -Diagnostik und die Ionisationsmanometer bestimmt. Da die Neutralgasverteilung keine Flußflächengröße ist, kann sie poloidal und toroidal stark variieren. Der Neutralgaszufluß ist auf einige Ventile beschränkt und das Recycling von Teilchen aus dem Plasma findet zum Großteil an Gefäßeinbauten wie z.B. Antennen statt. In Abb. 4.4 werden Neutralgasflüsse der beiden Diagnostiken an verschiedenen Orten verglichen. Man sieht, daß Orte in der Nähe des Divertors einen höheren Fluß aufweisen. Das H_α -Signal zeigt eine Erhöhung des Neutralteilchenflusses während des ELMs um einen Faktor 1,5–2,0, so daß der Quellterm zeitabhängig betrachtet werden muß. Eine typische Zeit für die Ionisation eines einströmenden Neutralen ist $t < a/\bar{v}_s \approx 30 \mu s$, welche kurz gegenüber den Diffusionszeiten ist, so daß ein erhöhter Neutralgasfluß am Rand eine momentane Veränderung im Quellterm zur Folge hat. Da die Ionisationsmanometer dieser zeitlichen Veränderung nicht folgen, dienen sie nur zum Vergleich der Größenordnung. Die Aufteilung in molekularen und atomaren Fluß wird in Abb.4.1 schematisch dargestellt. Demnach werden 3/8 der in das Plasma strömende Atome nicht ionisiert sondern auf die Wand zurückreflektiert. Nur die verbleibenden 5/8 ionisieren im Plasma. Ungefähr 2/5 dieser Ionen entstehen aus Molekülen, 3/5 aus Atomen. Diese Anteile bestimmen die Zerlegung des gemessenen Neutralflusses.

Um eine Aussage über die Fehler des Ionisationsprofils zumachen, wird in Abb. 4.3 die mit dem in dieser Arbeit verwendeten Code berechneten Quellverteilung mit einer Berechnung des EIRENE-Code² verglichen.

Man erkennt deutliche Abweichungen außerhalb der Separatrix (ungefähr einen Faktor 10), was auf eine unzureichende Behandlung von molekularen Prozessen zurückzuführen

²EIRENE ist ein 2-dimensionaler Neutralgas-Monte-Carlo-Code. Zur Berechnung der Neutralgasdichte werden auch Ladungsaustauschprozesse und molekulare Prozesse berücksichtigt.

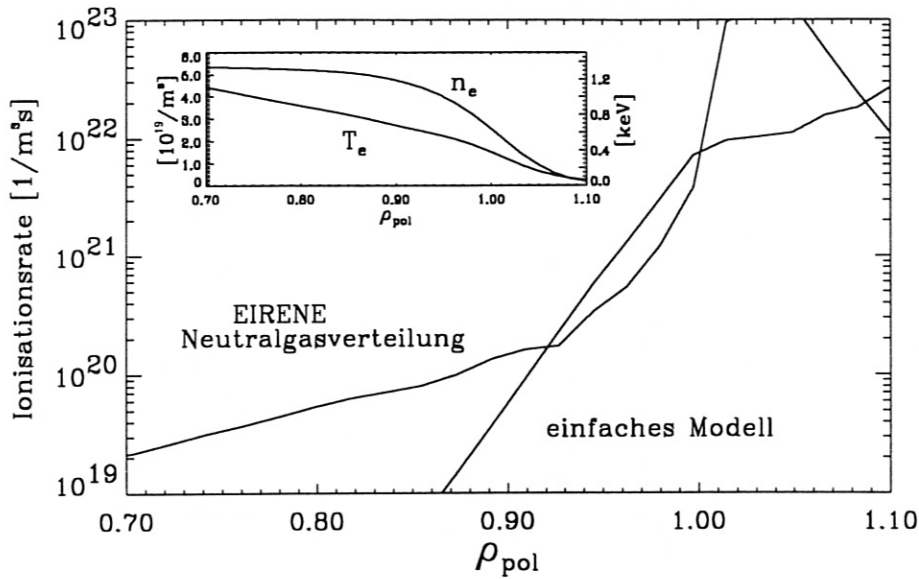


Abbildung 4.3: Vergleich zwischen dem EIRENE-Neutralgas-Code und der in dieser Arbeit verwendeten Routine. Für einen Zeitpunkt der Plasmaentladung #6196 wurden jeweils die Ionisationsprofile berechnet.

ist. Die Abweichungen im Zentrum sind weniger gravierend, da die absoluten Abweichungen in der Größenordnung $\Delta n < 10^{20} m^3/s$ liegen und damit klein gegenüber der in Kap. 4.3 behandelten NI-Teilchenquelle sind. Sie ist auf die Vernachlässigung des Ladungsaustausches zurückzuführen, da Ladungsaustausch schnelle Neutrale, die eine größere Eindringtiefe besitzen, erzeugt. Im Randbereich ($\rho_{pol} = 0.9 - 1$) beträgt die Abweichung ungefähr einen Faktor 3. Der Vergleich mit dem EIRENE-Profil besitzt jedoch nur eine beschränkte Aussagekraft, da es sich um ein lokales Profil handelt und die Neutralgasdichte lokal stark variiert.

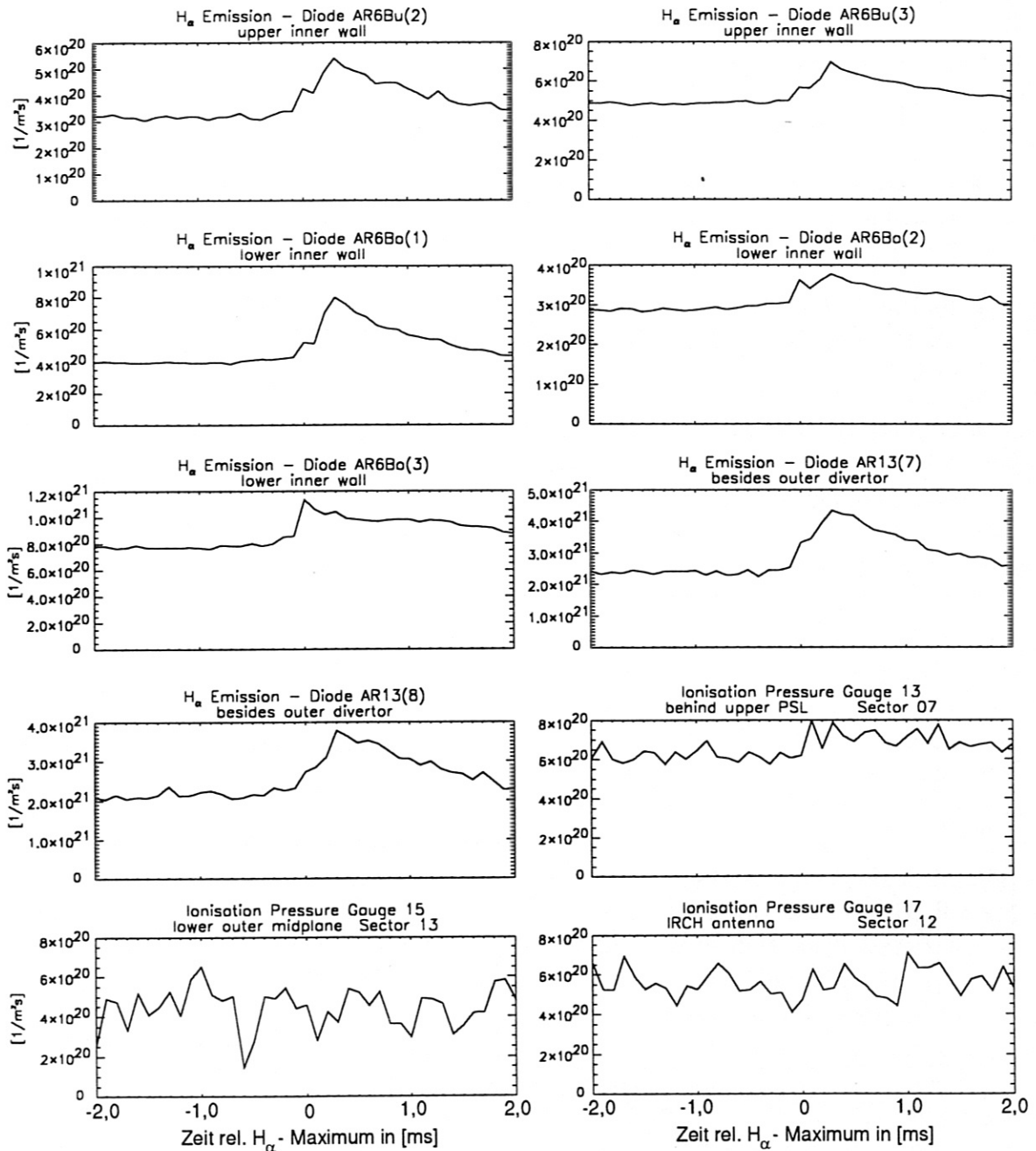


Abbildung 4.4: Neutragasflüsse in $\text{At}/\text{m}^2\text{s}$ am Rand ermittelt aus der H_α -Strahlung und Ionisationsmanometern während der Plasmaentladung #6196 relativ zum ELM-Indikator (H_α -Maximum).

4.3 Neutralinjektions-Heizung

Die zweite Teilchenquelle besteht aus dem Einschießen von hochenergetischen Wasserstoff oder Deuterium in das Plasma. Wasserstoff wird ionisiert und beim Durchlaufen einer Spannung von $U_{NI} = 55 - 60 \text{ keV}$ beschleunigt. Um in das Plasma eindringen zu können, müssen die Ionen in einer Umladezelle neutralisiert werden³. Die neutralen Teilchen dringen vom Magnetfeld unbeeinflusst in das Plasma ein, bis sie ionisiert werden. Zur Abschwächung des Neutral-Strahls spielen drei Prozesse eine Rolle:

- Ionisation von schnellen neutralen Teilchen durch Elektronenstoß: Das entstehende schnelle Ion bleibt an der Feldlinie gefangen und gibt in einer typischen slowing-down Zeit $\tau_{sd} \approx 20 - 100 \text{ ms}$ seine Energie an das Plasma ab.
- Ionisation eines schnellen neutralen Teilchens durch Stoß mit einem Ion: Die Thermalisierung des entstehenden schnellen Ions erfolgt analog zur Elektronenstoßionisation.
- Durch einen Ladungsaustauschprozeß entstehen ein schnelles Ion und ein langsames Neutrales ($T \approx$ lokale Plasmatemperatur). Dieses Neutrale bewegt sich unabhängig vom Magnetfeld, bis es durch Stoß ionisiert wird.

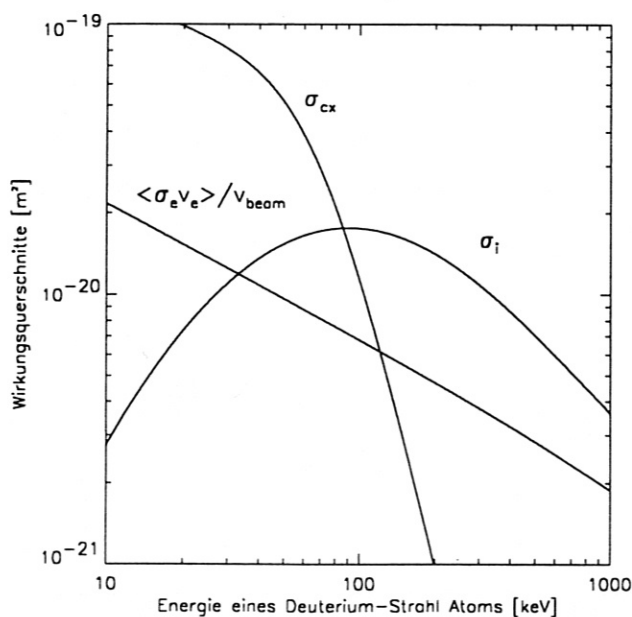


Abbildung 4.5: Aufgetragen sind die Wirkungsquerschnitte für Ladungsaustausch mit Plasmaionen σ_{cx} , Ionenstoßionisation σ_i (Freeman und Jones 1974) und ein effektiver Wirkungsquerschnitt für Elektronenstoßionisation $\langle \sigma_e v_e \rangle / v_{beam}$ (Janev 1987) über die Energie des neutralen Deuterium-Strahls. Da die Wechselwirkung von der Relativgeschwindigkeit der beteiligten Teilchen abhängt, wird bei der Elektronenstoßionisation über eine thermische Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen ($T_e = 1 \text{ keV}$) gemittelt.

Die Wirkungsquerschnitte dieser Prozesse sind in Abb. 4.5 in Abhängigkeit von der Injektionsenergie dargestellt. Das verwendete Modell berücksichtigt, daß der injizierte Neutral-Strahl aus drei energetisch verschiedenen Anteilen besteht. Sie entstehen, da neben dem ionisierten Wasserstoff auch die Moleküle H_2^+ und H_3^+ die Beschleunigungsspannung durchlaufen. Dabei erhalten alle (einfach geladenen) Teilchen die Energie eU_{NI} . Die Moleküle

³Der Umladeprozess beschränkt die Injektionsenergie, da die Umladequerschnitte (positiver Ionen) oberhalb von 50 keV/Nukleon stark abfallen.

dissoziieren in der Umladestelle in Wasserstoffatome (oder Ionen) der Energie $eU_{NI}/2$, bzw. $eU_{NI}/3$. Die Strahlkomponenten erhalten die Indizes $k = 1, 2, 3$ entsprechend ihren Energien $E_s = eU_{NI}/k$. Die Geometrie der vier Strahlen wird durch Linien genähert. Der Strahldurchmesser und die Strahldivergenz wird vernachlässigt. Die Abschwächung der Strahlintensität $I_k(l) = N_k(l)v_k$ erfolgt durch

$$\frac{dI_k}{dl} = -n(l) \left(\sigma_{cx}(E_k) + \sigma_i(E_k) + \frac{\langle \sigma_e v_e \rangle}{v_k} \right) I_k(l). \quad (4.9)$$

Es wird angenommen, daß am Ort der Ionisation sowohl Teilchen als auch Energie deponiert werden. Diese Annahme beinhaltet mehrere Näherungen. Schnelle Ionen sind aufgrund der Einschubgeometrie fast ausschließlich in Bananenorbits gefangen. Sie geben ihre Energie nicht sofort am Ort der Ionisation, sondern über die Breite des Orbits $\delta_B \approx q\rho_{ci}/\sqrt{\epsilon}$ (für Deuteriumionen bei $T = 50 \text{ keV}$, $B_T = 2,5 T$ und $q = 4$ ist $\delta_B \approx 12 \text{ cm}$) an das Plasma ab. Auch der Ladungsaustausch erfordert eine genauere Behandlung. Im Modell wird angenommen, daß nach einem Ladungsaustauschprozeß eines Strahl-Neutralen das entstehende langsame Neutrale im Mittel in der Nähe dieses Ortes ionisiert und dort zu den Quelltermen beiträgt. Es wird vernachlässigt, daß schnelle Ionen während der Abbremsung Ladungsaustausch erfahren und die weitere Energiedeposition an einem anderen Ort stattfindet. Eine genauere Behandlung erfordert rechenintensive Monte-Carlo-Rechnungen.

Um eine Abschätzung für die Größe des Fehlers in diesem Modell zu erhalten, werden berechnete Depositionsprofile mit Ergebnissen des FAFNER-Code [21] bei gleichen Eingabeparametern verglichen. Bei FAFNER handelt es sich um einen 3-dimensionalen Monte-Carlo-Code zur Beschreibung der Neutralinjektions-Heizung. Er berücksichtigt die genaue Strahlgeometrie (endlicher Strahldurchmesser und Divergenz), verfolgt neutrale Teilchen und berücksichtigt auch schnelle Ionen. Abb. 4.6 zeigt den Vergleich der berechneten Depositionsprofile. Die Dichte- und Temperaturprofile werden vorgegeben.

Es fällt auf, daß in der benutzten Näherung keine Deposition im Zentrum stattfindet. Dies ist eine Folge der angenommenen Deposition am Geburtsort des Ions. Da die Strahlmittellachsen nicht das Plasmazentrum durchstrahlen, wird dort auch keine Deposition berücksichtigt. Außerdem ist das Depositionsprofil am Rand überhöht. Grund dafür ist zum einen die Vernachlässigung des endlichen Ionengyroradius, durch den direkt am Rand deponierte Teilchen auf ihrem ersten Gyroradius bereits wieder die Separatrix nach außen überqueren und somit als Quelle für das Plasma verloren gehen. Zum anderen sind fast alle ionisierten Teilchen aufgrund der Einschubgeometrie in Bananenorbits gefangen und beginnen diese Bahnen auf der Bahnaußenseite, so daß die Deposition im Mittel eine halbe Bananenbreite weiter innen stattfindet. Desweiteren führt der vernachlässigte Ladungsaustausch zwischen den durch die NI-Heizung entstehenden schnellen Ionen und dem Neutralgashintergrund zu einem zusätzlichen Teilchenverlust am Rand.

Die Zeitabhängigkeit kann vernachlässigt werden, da die Thermalisierung der ionisierten Teilchen langsamer als die beobachteten Prozesse abläuft. Die slowing-down Zeiten sind von der Temperatur und der Dichte abhängig und liegen typischerweise zwischen 5 und 100 ms, in kalten und dichten Randbereichen bis ca. 1 ms.

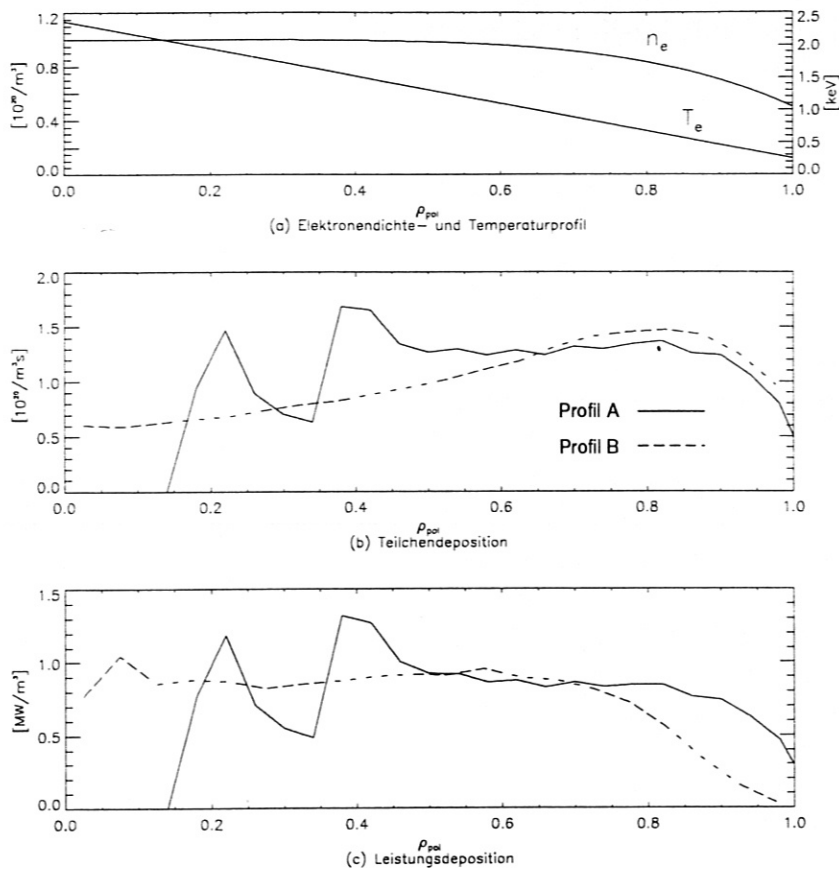


Abbildung 4.6: Depositionenprofile der Neutralinjektionsheizung. Verglichen werden der in dieser Arbeit verwendeten Code (Profil A) und der FAFNER Code (Profil B) [20]. Dargestellt sind die angenommenen Dichte- und Temperaturprofile (a) sowie die Teilchendeponitions- (b) und Leistungsdeponitionsprofile (c), berechnet jeweils für vier Quellen mit je 2,5 MW Deuterium Injektion in Deuterium.

4.4 Ohmsche Heizung

Zur Erstellung der Magnetfeldkonfiguration fließt im Tokamakplasma immer ein durch die OH-Spule induzierter toroidaler Plasmastrom. Elektronen-Ionen-Stöße verleihen dem Plasma eine Resistivität und führen zu einer Energieaufnahme. Unter Verwendung des Ohmschen Gesetzes erhält man eine Ohmsche Heizleistungsdichte von

$$p_{OH} = \eta j^2 = \frac{U_{loop}^2}{\eta}. \quad (4.10)$$

Aus den leicht zu messenden Größen Umfangspannung U_{Loop} und Plasmastrom I_p ist die gesamte ohmsche Heizleistung $P_{OH} = U_{Loop} I_p$ bestimmt. Um das Depositionsprofil zu bestimmen benötigt man das Stromprofil $j(\rho)$ oder bei einer über den Querschnitt konstanten Umfangspannung ($U_{Loop} = const.$) das Resistivitätsprofil $\eta(\rho)$. Dazu wird angenommen, daß der Strom parallel zu den Feldlinien fließt und die Resistivität die

Temperaturabhängigkeit der Spitzer Resistivität [3] parallel zum Magnetfeld besitzt⁴:

$$\begin{aligned}\eta_{\parallel} &= 1,65 \cdot 10^{-9} Z \Lambda_C T_e^{-\frac{3}{2}} [\Omega m] \\ &= \alpha T_e^{-\frac{3}{2}}.\end{aligned}\quad (4.11)$$

Die Proportionalitätskonstante α wird durch Integration des Temperaturprofils

$$\alpha = \frac{\int \eta dA}{\int T_e^{-\frac{3}{2}} dA} = \frac{U_{Loop}}{I_p} \frac{1}{\int T_e^{-\frac{3}{2}} dA} \quad (4.12)$$

bestimmt. Die Heizleistungsdichte ist

$$p_{OH} = \frac{U_{Loop}^2}{\alpha T_e^{-\frac{3}{2}}}. \quad (4.13)$$

Die zeitlichen Depositionveränderungen finden während des ELMs am Rand statt, wo die Ohmsche Leistungsdeposition ohnehin gering ist. Der Größenvergleich von p_{OH} und p_{NI} zeigt, daß die ohmsche Heizleistung dort zu vernachlässigen ist und auf eine zeitabhängige Behandlung verzichtet wird.

4.5 Strahlungsverluste

Das Fusionsplasma ist optisch dünn, d.h. im Plasma emittierte Strahlung wird im allgemeinen nicht wieder im Plasma absorbiert. Plasma und Strahlung befinden sich nicht in einem thermischen Gleichgewicht. Die Strahlung ist charakterisiert durch Linienstrahlung über einem kontinuierlichen Untergrund [1]. Im Prinzip ist jeder Strahlungsprozeß ein Übergang zwischen zwei Zuständen, deren Energieunterschied die Frequenz des emittierten Photons bestimmt ($\Delta E = h\nu$). Übergänge zwischen zwei Zuständen freier Elektronen führen zur Bremsstrahlung. Für die abgestrahlte Leistung aufgrund Ionen der Ladungszahl Z gilt:

$$P_{Bremsstrahlung} \propto Z^2 n_e n_Z T_e^{\frac{1}{2}}. \quad (4.14)$$

Übergänge von einem freien in einen gebundenen Zustand bezeichnet man als Rekombinationsstrahlung. Da die Rekombination aus einem Elektronenkontinuum in diskrete Energieniveaus erfolgt, ist das Spektrum durch Kanten geprägt. Ihre Intensität wächst mit Z^4 an. Linienstrahlung sind Übergänge zwischen zwei gebundenen Zuständen und besitzen eine diskrete Energie, die durch verschiedene Mechanismen aufgeweitet wird, was zu einer endlichen Linienbreite führt. Die abgestrahlte Leistung eines Überganges ist proportional zur Energiedifferenz der Niveaus, der Übergangswahrscheinlichkeit und der Besetzung des oberen Zustandes. Da die Besetzung von gebundenen elektronischen Zuständen mit steigender Temperatur abnimmt (Ionisation des Atoms), verringert sich auch die abgestrahlte Leistung.

Eine Berechnung der abgestrahlten Leistung ist wegen der starken Abhängigkeit von der Konzentration an Verunreinigungen ($Z > 1$) und Besetzungszahlen höherer elektronischer

⁴Radiale Veränderungen in Z werden so vernachlässigt.

Energieniveaus und der dazu zu lösenden Ratengleichungssystemen nicht praktikabel. Eine Alternative bietet die Messung der gesamten abgestrahlten Leistung mit Strahlungsbolometern. Detektoren messen über einen weiten Frequenzbereich die abgestrahlte Intensität entlang durch Blenden definierter Sichtlinien. Die Aufnahme mehrerer Sichtlinien ermöglicht die lokale Bestimmung von Emissivitäten ähnlich der Dichtebestimmung durch Entfaltung der Linienintegrale der Interferometermessung (vgl. Kap. 3.1.2).

Die abgestrahlte Leistungsdichte ist nicht auf Flußflächen konstant und wird für das behandelte Modell über eine Flußfläche gemittelt.

4.6 Energietransfer zwischen Elektronen und Ionen

Im beschriebenen und benutzten Transportmodell wurden die Temperaturen der Elektronen und der Ionen als gleich angenommen. Da sowohl die Absorption von Heizleistung als auch die Transportmechanismen unterschiedlich sind und der Energieaustausch unter den Spezies eine endliche charakteristische Zeit besitzt, ist dies nur eine Näherung.

Iontemperaturen könne mittels Ladungsaustauschspektroskopie gemessen werden. Sie nutzt aus, daß die Energieverteilung von aus dem Plasma kommenden neutralen Teilchen über den Ladungsaustauschprozeß (CX) mit der Iontemperatur verknüpft ist. Die Flugzeit-Diagnostik (LENA) [22] detektiert einen Energiebereich von 30 – 1000 eV und eignet sich aus diesem Grund für die Messung von ELM-Iontemperaturprofilen. Da die Statistik für eine Zeitauflösung von $dt = 200 \mu s$ ungenügend ist, wird über viele ELMs gemittelt. Abb. 4.7 zeigt die Iontemperaturprofile zu drei ELM-Zeitpunkten während der Plasmaentladung #6196.

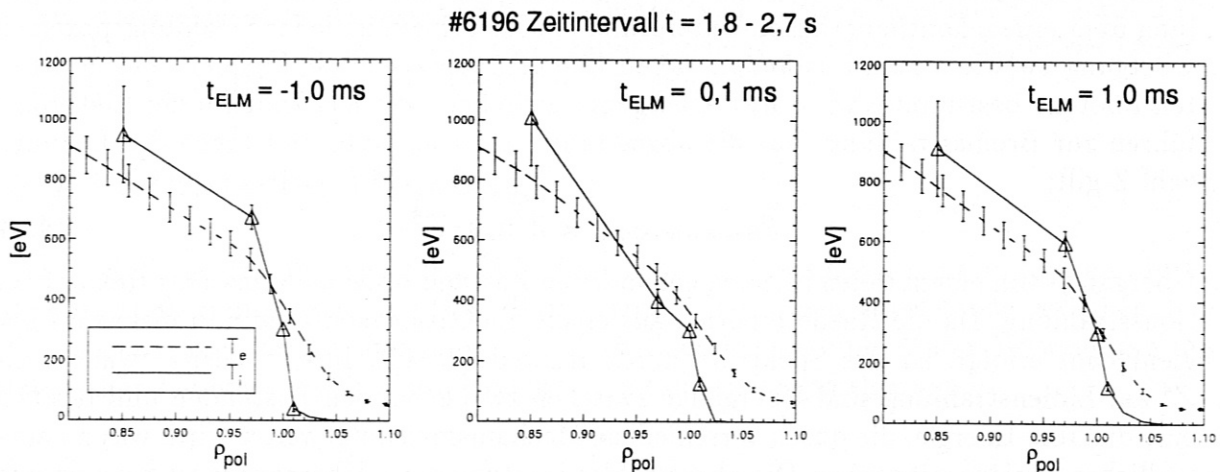


Abbildung 4.7: Ionen- und Elektronen während Typ I ELMs der Plasmaentladung #6196. Die Iontemperaturen wurden mittels Ladungsaustauschspektroskopie bestimmt [23]

Die Iontemperatur an der Separatrix ist als Randbedingung zur Rekonstruktion der Profile mit $T_i = 300 keV$ vorgegeben. Im Plasmarandbereich von $\rho_{pol} \approx 0,9 - 1,0$ liegt die Iontemperatur zwischen den ELMs über der Elektronentemperatur und fällt während des ELMs auf tiefere Temperaturen ab. Außerhalb der Separatrix besitzt sie generell eine

kürzere Abfallänge. Die ELM-Signatur der Ionentemperatur ist ausgeprägter, als die der Elektronentemperatur.

Elektronen- und Ionenflüssigkeit koppeln über Stöße miteinander. Für den Energietransfer gilt:

$$\frac{dE_e}{dt} = \frac{3}{2} n_e n_i \cdot 3,2 \cdot 10^{-15} \frac{k_B Z^2 \ln \Lambda m^3}{\mu T^{\frac{3}{2}}} (T_i - T_e), \quad (4.15)$$

wobei $\ln \Lambda \approx 17$ der Coulomb-Logarithmus, $Z = 1$ die Ionenladungszahl und $\mu = m_i/m_p = 2$ die Massenzahl der Ionen (Deuterium) ist. Der aus den Temperaturprofilen in Abb. 4.7 berechnete Energietransfer ist in Abb. 4.8 aufgetragen und mit der Energie deposition der NI-Heizung verglichen.

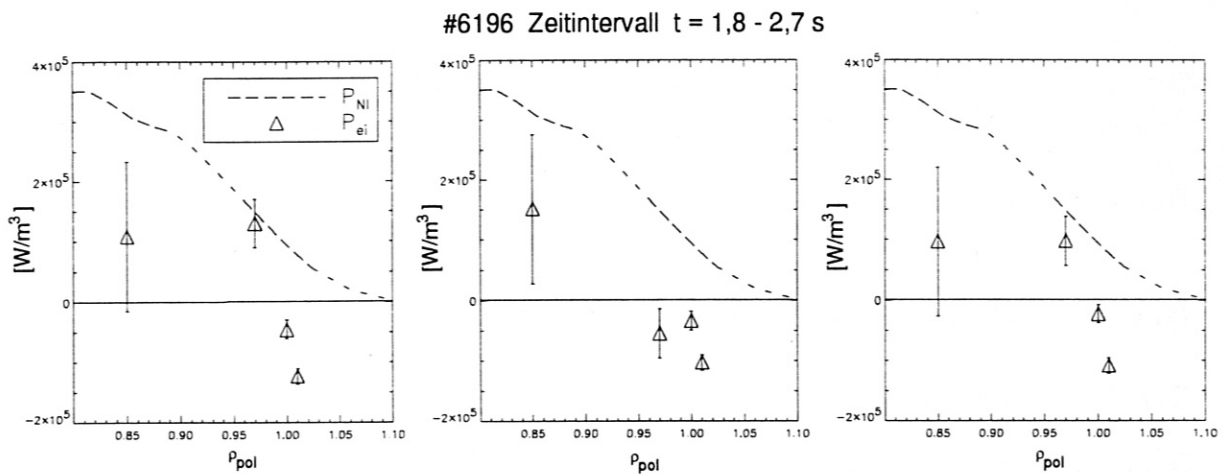


Abbildung 4.8: Energietransfer P_{ei} von Ionen zu Elektronen während Typ I ELMs der Plasmaentladung #6196. Zum Vergleich ist die gesamte NI-Heizleistung P_{NI} eingetragen

Der Energietransfer kann außerhalb der Separatrix in der Größenordnung der externen Energiequellen liegen. Die Zeitabhängigkeit des Energietransfers innerhalb der Separatrix ist jedoch aufgrund der endlichen Energieaustauschzeit zu vernachlässigen.

Kapitel 5

Auswerteverfahren

Die Auswertung der gemessenen Daten erfordert zunächst ihre Aufbereitung bezüglich vergleichbarer Ortskoordinaten und Zeitpunkte. Da die Information nur an diskreten Orten und zu bestimmten Zeitpunkten vorliegt, ist für die numerische Auswertung die Diskretisierung der Transportgleichungen notwendig. Es folgt eine Fehleranalyse.

5.1 Aufbereitung der Meßdaten

5.1.1 Zeitbasis

Die Diskretisierung der Transportgleichung (Kap. 5.3) erfordert die Kenntnis von Dichte und Temperatur zum selben Zeitpunkt. Da die verschiedenen Diagnostiken ihre Daten nicht mit der gleichen Abtastrate erfassen, muß eine gemeinsame Zeitbasis erstellt werden. Nach dem Abtasttheorem [13] wird eine in der Zeit kontinuierliche Funktion exakt durch die mit der Frequenz f_{sample} aufgenommenen Werte beschrieben, wenn sie keine spektralen Komponenten über der Nyquistfrequenz $f_c = \frac{1}{2}f_{sample}$ besitzt. Ist das doch der Fall, so kommt es zu Aliasing: Hochfrequente Signalkomponenten überlagern die spektrale Dichte von Frequenzen unterhalb der Nyquistfrequenz. Um das Aliasing zu vermeiden, dürfen bei der Projektion eines hochfrequent gesampelten Signales auf eine niederfrequente gemeinsame Zeitbasis (T_g), nur Frequenzen unterhalb der Nyquistfrequenz von T_g berücksichtigt werden. Dazu kann man im Frequenz-Raum die Fouriertransformierte des Signales \mathcal{F}_S mit einer Stufenfunktion multiplizieren $\mathcal{F}_S^* = \mathcal{F}_S * \Theta(f - f_c)$ oder entsprechend im Zeit-Raum die Signalfunktion $F(t)$ mit der Fouriertransformierten der Stufenfunktion $\mathcal{F}^{-1}(\Theta(f_c - f)) = H(t)$ verfallen:

$$F^*(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(t')H(t - t')dt'. \quad (5.1)$$

Für äquidistant abgetastete Signale kann die Fouriertransformation als *Fast Fourier Transform* (FFT) ausgeführt werden, was einen Geschwindigkeitsvorteil von $O(2 \times n1(\lg_2 n2))$ Operationen gegenüber $O(n2 \times n1)$ Operationen der Faltung zur Folge hat.

Bei der in Kap. 5.1.2 beschriebenen Mittelung über ELMs können jedoch nicht-äquidistante Zeitbasen auftreten, so daß die FFT nicht angewandt werden kann. Ferner soll

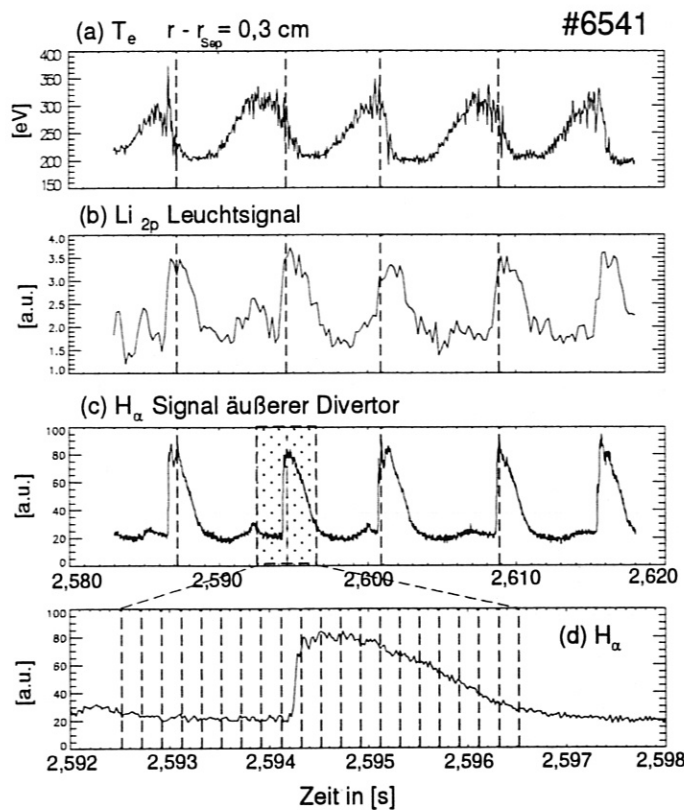


Abbildung 5.1: Mittelung über mehrere ELMs anhand des H_{α} -Signales im Divertor. (a) und (b) zeigen Zeitspuren von Li-Strahl und ECE-Radiometer Daten. Die einzelnen ELMs werden anhand des H_{α} -Signales (c) markiert. (d) zeigt die Veränderung des H_{α} -Signals während eines ELMs.

neben der Filterung auch eine Änderung der Zeitbasis möglich sein, was bei der Fouriertransformation eine Interpolation von Daten im Frequenzraum erfordert. Der dadurch entstehende Fehler ist schwer abzuschätzen. Aus beiden Gründen wird die Faltung des Signals mit einem Kernel $H(t)$ verwendet.

5.1.2 ELM Mittelung

Wie in Kap. 3.1.1 beschrieben, werden die mit $f_S = 5$ kHz abgetasteten Leuchtsignale der Li-Strahl-Diagnostik über 1 – 10 ms gemittelt, um das Signal-Rausch-Verhältnis (signal-to-noise ratio, SNR) soweit zu verbessern, daß eine Rekonstruktion der Elektronendichte möglich ist. Der schnelle Anstieg des H_{α} -Signales im Divertor (Abb. 5.1c) sowie magnetische Signale zeigen jedoch, daß die zu untersuchenden Vorgänge während des ELMs auf Zeitskalen bis unter 100 μ s ablaufen. Anstatt das Signal über ein längeres Zeitintervall zu mitteln, kann das SNR der Rohdaten anders verbessert werden.

Dazu wird in Zeitintervallen, in denen sich grundlegende Plasmaparameter wie linien-gemittelte Elektronendichte oder Zusatzheizleistung nicht verändern, jeder ELM als die Wiederholung eines gleichartigen Ereignisses angesehen (Abb. 5.1a,b). Aufgrund des charakteristischen H_{α} -Signales (Abb. 5.1c) ist es möglich, einen Zeitpunkt während jedes ELMs zu markieren, so daß mehrere ELMs (bis zu 200) einer Schußphase anhand dieses ELM-Indikators gemittelt werden können. Zur Synchronisation wird das Maximum eines Sichtstrahls der H_{α} -Diagnostik durch den äußeren Divertor ausgewählt.

Der über N Ereignisse (ELMs) gebildete Mittelwert eines beliebigen Signales x ist

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (5.2)$$

Ein Maß für die statistische Unsicherheit des Mittelwertes ist dessen Varianz

$$\text{Var}(\hat{\mu}) = \text{Var}\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i\right). \quad (5.3)$$

Unter der Annahme, daß Kreuzkorrelationen $\langle x_i x_j \rangle_{i \neq j}$ vernachlässigbar sind und alle x_i die gleichen Verteilungen besitzen, gilt:

$$\text{Var}\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i\right) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \text{Var}(x_i) = \frac{1}{N^2} N \text{Var}(x_i) = \frac{\hat{\sigma}}{N}. \quad (5.4)$$

Man erwartet, daß die statistische Unsicherheit des Mittelwertes gemäß

$$\frac{\Delta x}{x} \approx \frac{\sqrt{\text{Var}(\hat{\mu})}}{x} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}} \frac{1}{x} \quad (5.5)$$

mit der Anzahl der gemittelten Ereignisse abnimmt [24].

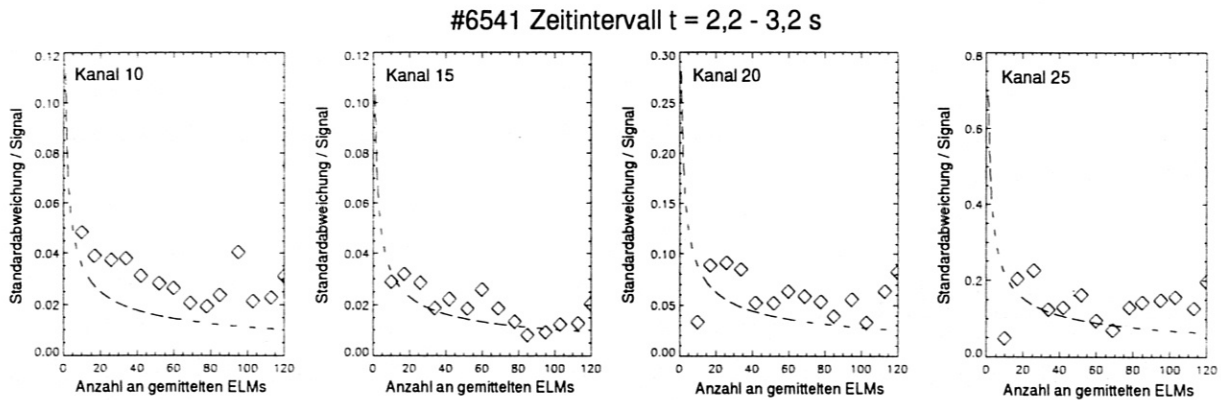


Abbildung 5.2: Statistische Unsicherheit (Standardabweichung/Signal) des gemittelten Leuchtprofils der Li-Strahl-Diagnostik in Abhängigkeit von der Anzahl N der gemittelten ELMs. Zum Vergleich ist der für statistisch unabhängige Ereignisse erwartete σ_x/\sqrt{N} -Abfall der Standardabweichung des Mittelwertes eingetragen.

Zur Überprüfung dieses Verhaltens wird das Li-Strahl Leuchtsignal über unterschiedlich viele ELMs gemittelt. In Abb. 5.2 ist die Standardabweichung des gemittelten Signals über die Anzahl der gemittelten ELMs aufgetragen. Man erkennt, daß die Rauschreduktion mit zunehmender Anzahl an gemittelten Ereignissen hinter der erwarteten zurückbleibt. Dies deutet darauf hin, daß die in Glg. 5.4 gemachte Annahme der Gleichverteilung aller gemittelten Ereignisse nur näherungsweise richtig ist.

Ein einfache Möglichkeit bestehende Korrelationen zu erkennen, besteht im Auftragen der Abweichung jedes Ereignisses vom Mittelwert. Dabei bestätigt Abb. 5.3 die Vermutung,

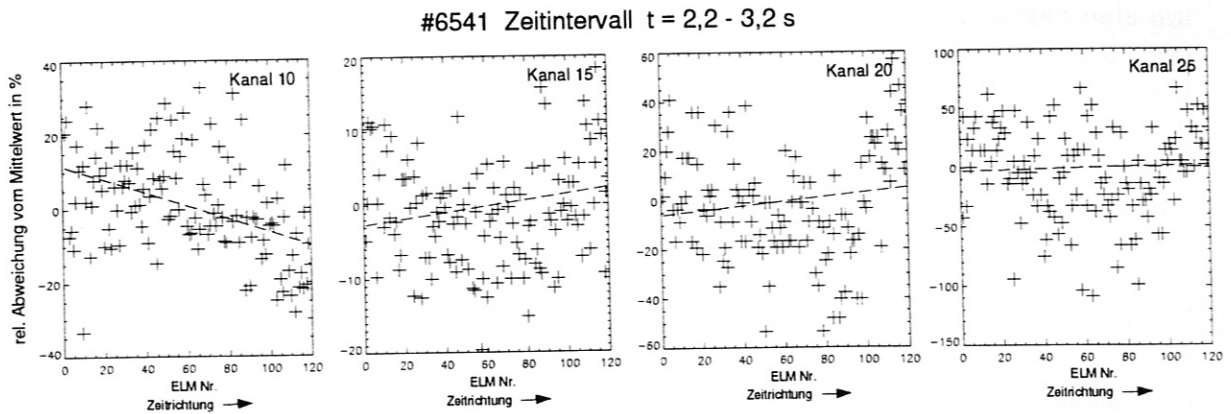


Abbildung 5.3: Relative Abweichung des Li-Strahl Leuchtsignals eines ELMs zum aus 80 ELMs gebildeten mittleren Leuchtsignal. Die Geraden sind durch lineare Regression der Meßdaten ermittelt und dienen als Indikator für systematische Signalveränderungen während dem der Mittelung zugrunde liegenden Zeitintervalls.

daß die einzelnen ELMs nicht während des gesamten betrachtete Intervalls identische Ereignisse darstellen. Im Fall, daß die systematischen Abweichungen innerhalb des Zeitintervalles größer als die statistischen Schwankungen werden, ist mit keiner weiteren Verbesserung des SNR zu rechnen. Um systematische Fehler aufgrund einer Mittelung über physikalisch voneinander abweichenden ELMs zu vermeiden, werden kürzere Zeitintervalle gewählt.

Eine Möglichkeit, um gegen Abweichungen von einer Normalverteilung der Meßwerte unempfindlicher zu werden, bietet das Ersetzen des Mittelwertes durch den Median. Dies ist besonders bei einer automatisierten ELM-Erkennung sinnvoll, da zum Teil erhebliche Abweichungen vom Standard-ELM vorkommen.

5.1.3 Datenfilterung

Um eine Anforderung an die Genauigkeit der aufbereiteten Dichte- und Temperaturdaten abzuschätzen, wird die Größenordnung der Quellterme in den Transportgleichungen (sie bestimmen im wesentlichen das Gleichgewichtsprofil) mit den Zeitableitungen verglichen. Dabei ist besonders auf das Plasmaintere zu achten, da sich Fehler in der Flußberechnung nach Außen aufsummieren. Für eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 200 \mu\text{s}$ und einer Teichendichte $n = 5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ entsprechen

$$S = 10^{20} \frac{1}{\text{m}^3} \rightarrow \Delta n \approx 2 \cdot 10^{16} \frac{1}{\text{m}^3}, \quad (5.6)$$

$$P = 2,5 \cdot 10^5 \frac{\text{W}}{\text{m}^3} \rightarrow \Delta T \approx 5 \text{ eV}. \quad (5.7)$$

Die Anforderung an die Genauigkeit der Daten ist $\Delta n/n < 0,5 \cdot 10^{-3}$ und $\Delta T/T < 2,5 \cdot 10^{-3}$ (für $T = 500 \text{ eV}$). Andernfalls übersteigen statistische Schwankungen die radialen Veränderungen im Energie- und Teilchenfluß.

Die Anforderung an die Genauigkeit der Temperaturprofile kann durch Mitteln über mehrere ELMs erreicht werden (bei 100 ELMs erhöht sich das SNR der gemessenen Daten

um eine Faktor 10). Die globalen Dichteprofile genügen dieser Anforderung jedoch nicht (vgl. Kap. 3.1.3 und Abb. 3.5), so daß ein Filtern in der Zeit notwendig ist.

Um Aliasing zu vermeiden, wird dazu ein akasaler Nyquist-Tiefpaßfilter in der Zeitdomäne benutzt [13]. Dabei muß zwischen einer hohen Filterfrequenz, d.h. ungenügender Filterung, und einer zu niedrigen (schnelle Dichteänderungen werden nicht mehr aufgelöst und führen zu systematisch zu kleinen Koeffizienten) abgewogen werden. Da Unsicherheiten im Zentrum, wo keine schnellen Dichteänderungen auftreten, die größten Fehler verursachen, ist eine räumlich differenzierte Filterfrequenz naheliegend. Dies führt jedoch unter Umständen zu einer Verfälschung der Signalgradienten. Benötigt wird ein Filterverfahren, welches trotz differenzierter Filterung den Bezug der Signale im radialen Verlauf wahr. Ein solches Verfahren und seine Auswirkung auf die auflösbaren Diffusionskoeffizienten wird in Anhang B beschrieben.

5.2 Die Rechengeometrie

Zur Konstruktion globaler Elektronendichte- und Temperaturprofile (Kap. 3.1.3 und 3.2.3) wurde bereits die Konstanz dieser Größen auf Flußflächen angenommen. Diese Annahme beruht auf der praktisch freien Bewegung von Teilchen entlang magnetischer Feldlinien, die eine Flußfläche ergodisch bedecken, so daß Gradienten innerhalb der Fläche auf sehr kurzen Zeitskalen ausgeglichen werden.

In der eindimensionalen Transportrechnung treten jedoch auch Größen auf, die nicht konstant auf Flußflächen sind (z.B. Teilchen- und Energieflüsse, Transportkoeffizienten). Durch die Bildung von Mittelwerten auf Flußflächen kann die Eindimensionalität der Transportrechnung gewahrt werden.

Der Flußflächenmittelwert einer beliebige Größe f berechnet sich durch [25]

$$\langle f \rangle = \frac{d}{dV} \int_V f d^3x = \frac{d}{dV} \int_0^\rho d\rho \int_0^{2\pi} d\zeta \int_0^{2\pi} \sqrt{g} f d\theta. \quad (5.8)$$

Dabei ist ρ eine Flußflächenkoordinate, ζ der poloidale Winkel, θ der toroidale Winkel und g die Determinante des metrischen Tensors. Das Volumen einer Flußfläche berechnet sich durch

$$V(\rho) = 2\pi \int_0^\rho d\rho \int_0^{2\pi} \sqrt{g} d\theta \quad (5.9)$$

$$V' \equiv \frac{dV}{d\rho} = 2\pi \int_0^{2\pi} \sqrt{g} d\theta \quad (5.10)$$

Die Flußflächenmittelung wird an der Kontinuitätsgleichung 2.21 demonstriert. Für sie gilt:

$$\frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial t} (V' n) + \frac{1}{V'} \frac{\partial}{\partial \rho} [V' \langle \vec{\Gamma} \vec{\nabla} \rho \rangle] = \langle S \rangle. \quad (5.11)$$

Die Flußflächenkoordinate ρ_{vol} sei so definiert, daß

$$V(\rho_{vol}) = 2\pi R\pi \rho_{vol}^2 = 2\pi^2 R \rho_{vol}^2 \quad (5.12)$$

$$\Rightarrow V'(\rho_{vol}) = 4\pi^2 R \rho_{vol} \quad (5.13)$$

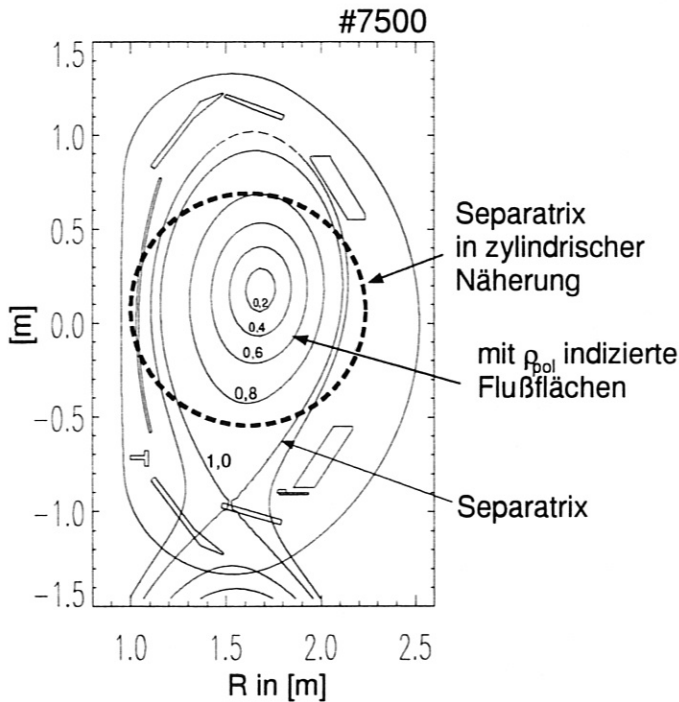


Abbildung 5.4: Gleichgewichtsrekonstruktion der Plasmentladung #7500 mit $B_t = -2,5 T$ und $I_p = 1 MA$ ($t = 2,5 s$). Aufgetragen sind Höhenlinien der Flußflächenkoordinate ρ_{pol} . Zum Vergleich ist die Separatrix der verwendeten zylindrischen Näherung eingefügt.

gilt (R ist der große Plasmaradius der geometrischen Achse). Ferner sei angenommen, daß sich die magnetische Konfiguration im betrachteten Zeitintervall nicht verändert, so daß auch V' zeitunabhängig ist. Dann vereinfacht sich Glg. 5.11 zu

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{\rho_{vol}} \frac{\partial}{\partial \rho_{vol}} \left[\rho_{vol} \langle \vec{\Gamma} \vec{\nabla} \rho_{vol} \rangle \right] = \langle S \rangle . \quad (5.14)$$

Mit einem Diffusionsansatz für den Fluß erhält man

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{\rho_{vol}} \frac{\partial}{\partial \rho_{vol}} \left[\rho_{vol} D(\rho_{vol}) \langle (\vec{\nabla} \rho_{vol})^2 \rangle + \frac{\partial n}{\partial \rho_{vol}} \right] = \langle S \rangle . \quad (5.15)$$

Für $D'(\rho_{vol}) = D(\rho_{vol}) \langle (\vec{\nabla} \rho_{vol})^2 \rangle$ bleibt die Form einer Kontinuitätsgleichung in Zylindergeometrie erhalten.

In dieser Arbeit wird der Korrekturfaktor $\langle (\vec{\nabla} \rho_{vol})^2 \rangle$, der von der Ordnung $O(1)$ ist, nicht berechnet und nur das D' diskutiert. Die Korrektur ist jedoch bei Kenntnis der Magnetfeldkonfiguration bestimmbar und bei einem Vergleich mit durch andere Methoden bestimmten effektiven Transportkoeffizienten gegebenenfalls zu berücksichtigen. Für eine magnetische Konfiguration mit einem Sicherheitsfaktor $q_{95} = 4$ gilt am Plasmarand $\langle (\vec{\nabla} \rho_{vol})^2 \rangle |_{\rho_{pol}=0,99} \approx 1,5$ [26].

Da die Flußflächenkoordinate ρ_{vol} die Dimension einer Länge besitzt, wird sie in dieser Arbeit als effektiver Radius r_{eff} bezeichnet. Gemäß ihrer Definition 5.9 nähert sie jede Flußfläche durch einen Zylinder gleichen Volumens. Die Separatrix der so genähereten Flußflächenkonfiguration ist in Abb. 5.4 in eine Gleichgewichtsrekonstruktion einer Plasmaentladung eingetragen.

Ein Vergleich verschiedener Flußflächenindizierungen ist in Tab. 5.1 aufgeführt.

ρ_{pol}	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\rho_{vol} \equiv r_{eff} [cm]$	0,0	5,6	9,7	14,6	19,7	25,1	30,8	36,9	43,6	51,4	61,7
$r_{äußereMittlebene} [cm]$	-4,4	1,3	6,5	10,9	15,2	19,5	23,8	28,2	32,7	37,4	42,5

Tabelle 5.1: Vergleich verschiedener Flußflächenkoordinaten

5.3 Diskretisierung der Transportgleichungen

Vorgegeben sind jeweils zwei Dichte- bzw. Temperaturprofile im zeitlichen Abstand Δt . Kontinuitätsgleichung und Energiegleichgewicht in Zylinderkoordinaten und axialer Symmetrie lauten:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Gamma_r) = S - \frac{\partial n}{\partial t} \quad (5.16)$$

und

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r q_r) = P - \frac{3}{2} k_B T S - \frac{3}{2} n k_B \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{3}{2} \Gamma_r k_B \frac{\partial T}{\partial r}. \quad (5.17)$$

Im weiteren wird auf die Indizierung der Vektorkomponenten verzichtet. Im Allgemeinen handelt es sich um die radiale Komponente. Im Zweifelsfall wird durch die Indices \perp und \parallel die Richtung relativ zu einer Zylinderfläche unterschieden.

Dichte n_i^t und Temperatur T_i^t sowie die Depositionsprofile S_i^t und P_i^t werden nur an diskreten Orten i und nur zu bestimmten Zeitpunkten t gemessen bzw. bestimmt. Da zu einer analytischen Bestimmung der Flüsse und Transportkoeffizienten eine analytische Beschreibung in Abhängigkeit von Ort und Zeit ($n = n(r, t)$, $T = T(r, t)$) notwendig ist, müßten vor der Auswertung Annahmen über die diese Profile beschreibenden Funktionenscharen und damit Annahmen über die Transportprozesse getroffen werden. Um solche Annahmen zu vermeiden, erfolgt die Auswertung numerisch.

Aufgrund der Diskretisierung werden die Ableitungen in den Gln. 5.16 und 5.17 durch finite Differenzen ersetzt und nach $\Gamma_{i+1} = f(\Gamma_i)$

$$\Gamma_{i+1} = \frac{1}{r_{i+1}} (\Delta r r_{i+\frac{1}{2}} (S_{i+\frac{1}{2}} - \frac{n_{i+\frac{1}{2}}^{t+1} - n_{i+\frac{1}{2}}^t}{\Delta t}) + r_i \Gamma_i) \quad (5.18)$$

und $q_{i+1} = f(q_i)$

$$q_{i+1} = \frac{1}{r_{i+1}} (\Delta r r_{i+\frac{1}{2}} (P_{i+\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} k_B T_{i+\frac{1}{2}} S_{i+\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} n_{i+\frac{1}{2}} k_B \frac{T_{i+\frac{1}{2}}^{t+1} - T_{i+\frac{1}{2}}^t}{\Delta t} - \frac{3}{2} \Gamma_{i+\frac{1}{2}} k_B \frac{T_{i+1} - T_i}{\Delta r}) + r_i q_i) \quad (5.19)$$

aufgelöst. Die Indexe i bzw. t stehen für den Ort bzw. die Zeit. Ein Index $i + \frac{1}{2}$ verknüpft dabei die Orte i und $i+1$. Alle Größen ohne Zeitindex beziehen sich auf $t + \frac{1}{2}$. Die Randbedingung sind $\Gamma_0 = \Gamma_{in}$ und $q_0 = q_{in}$. Das Rechengebiet wird so gewählt, daß außerhalb des Rechengebietes die zeitliche Konstanz von Dichte und Temperatur vorausgesetzt werden

kann. Dann erhält man die Randbedingung durch

$$\Gamma_{in} = \frac{2\pi l}{A_0} \int_0^{r_0} r S(r) dr \quad (5.20)$$

und

$$q_{in} = \frac{2\pi l}{A_0} \int_0^{r_0} r \left(P - \frac{3}{2} k_B T S - \frac{3}{2} \Gamma k_B \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr. \quad (5.21)$$

l ist dabei die Länge des Zylinders und entspricht in dieser Näherung $2\pi R_{geo}$, wobei R_{geo} der Radius der geometrischen Achse ist. Die Transportkoeffizienten berechnen sich durch

$$D_i = -\Gamma_i \frac{r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}}}{n_{i+\frac{1}{2}} - n_{i-\frac{1}{2}}} \quad (5.22)$$

$$\chi_i = -\frac{q_i}{n_i k} \frac{r_{i+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}}}{T_{i+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2}}}. \quad (5.23)$$

5.4 Fehlerfortpflanzung

Fehler in der Datenbasis lassen sich in zwei Kategorien einteilen. Zum einen sind die Meßgrößen mit einer statistischen Unsicherheit behaftet. Sie sind unvermeidbar und durch die Natur der Meßgröße und des Meßprozesses bedingt (z.B. Photonenrauschen, Ansprechwahrscheinlichkeit des Photomultipliers). Die Verteilungsfunktionen zweier Messungen sind unkorreliert. Zum anderen ist die Interpretation der Meßgrößen mit systematischen Fehlern behaftet. Dies können Fehlern in der Auswertungen (z.B. ungenaue Eichfaktoren) oder vereinfachende Modelle (wie thermische Geschwindigkeitsverteilungen bei der Interpretation des ECE-Signals oder gemachte Näherung in den Quelltermmodellen) sein. Sie beeinflussen verschiedene Messungen einer Meßgröße in gleicher Weise.

Im folgenden wird die Fortpflanzung statistischer Fehler behandelt. Sie werden mit s_n und s_T (bzw. $s_n^{rel} = s_n/n$ und $s_T^{rel} = s_T/T$) bezeichnet. Bei der Erstellung der Dichte- und Temperaturprofile wurden radiale Meßpunkte bereits miteinander korreliert (i.allg. durch glättende Splines), so daß die (statistische) Unsicherheit der Differenz einer Meßgröße zwischen radial benachbarten Punkten kleiner ist als zwischen zeitlich benachbarten. Sind solche Korrelationen wichtig, so wird zwischen $s_{\Delta n(t)}$ und $s_{\Delta n(r)}$ unterschieden. Statistische Fehler der Quellterme (s_S und s_p) kommen durch Unsicherheiten der den Modellen zugrunde liegenden Messungen zustande.

Die Fehlerrechnung wird in mehreren Schritten durchgeführt:

- Fehler in der Divergenz des Teilchenflusses $\nabla_r \Gamma$ (vgl. Kap. 5.16):

$$s_{\nabla \Gamma} = \sqrt{s_S^2 + \left(\frac{1}{\Delta t}\right)^2 (s_{\Delta n(t)})^2}, \quad (5.24)$$

- Fehler im Teilchenfluß Γ_i (ortsabhängig) (vgl. Glg. 5.18):

$$\begin{aligned}
 s_{\Gamma_{i+1}} &= \sqrt{\underbrace{\left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_{i+1}}\right)^2}_{\approx 1} \left(\Delta r s_{\nabla\Gamma_{i+\frac{1}{2}}}\right)^2 + \underbrace{\left(\frac{r_i}{r_{i+1}}\right)^2}_{\approx 1} (s_{\Gamma_i})^2} \\
 &\approx \sqrt{\left(\Delta r s_{\nabla\Gamma_{i+\frac{1}{2}}}\right)^2 + (s_{\Gamma_i})^2} \\
 &= \sqrt{(\Delta r)^2 \sum_{j=0}^i \left(s_{\nabla\Gamma_{j+\frac{1}{2}}}\right)^2 + (s_{\Gamma_0})^2}, \tag{5.25}
 \end{aligned}$$

- Fehler im Diffusionskoeffizient s_{D_i} (vgl. Glg. 5.22):

$$s_{D_i} = D \cdot \sqrt{(s_{\Gamma_i}^{rel})^2 + (s_{\Delta n_i(r)}^{rel})^2}, \tag{5.26}$$

- Fehler in der Divergenz des Wärmeflusses $s_{\nabla q}$ (vgl. Glg. 5.17)

$$\begin{aligned}
 (s_{\nabla q_i})^2 &= (s_{p_i})^2 + \left(\frac{3}{2} k_B T_i S_i \left((s_{T_i}^{rel})^2 + (s_{S_i}^{rel})^2\right)\right)^2 \\
 &+ \left(\frac{3}{2} n_i k_B \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_i\right)^2 \left((s_{n_i}^{rel})^2 + (s_{\Delta T_i(t)}^{rel})^2\right) \\
 &+ \left(\frac{3}{2} \Gamma_i k_B \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_i\right)^2 \left((s_{\Gamma_i}^{rel})^2 + (s_{\Delta T_i(r)}^{rel})^2\right), \tag{5.27}
 \end{aligned}$$

- Fehler im Wärmefluß q_i (ortsabhängig) (vgl. Glg. 5.19):

$$\begin{aligned}
 s_{q_{i+1}} &= \sqrt{\underbrace{\left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_{i+1}}\right)^2}_{\approx 1} \left(\Delta r s_{\nabla q_{i+\frac{1}{2}}}\right)^2 + \underbrace{\left(\frac{r_i}{r_{i+1}}\right)^2}_{\approx 1} (s_{q_i})^2} \\
 &\approx \sqrt{\left(\Delta r s_{\nabla q_{i+\frac{1}{2}}}\right)^2 + (s_{q_i})^2} \\
 &= \sqrt{(\Delta r)^2 \sum_{j=0}^i \left(s_{\nabla q_{j+\frac{1}{2}}}\right)^2 + (s_{q_0})^2}, \tag{5.28}
 \end{aligned}$$

- Fehler in der Wärmeleitfähigkeit s_{χ_i} (vgl. Glg. 5.23):

$$s_{\chi_i} = \chi \cdot \sqrt{(s_{q_i}^{rel})^2 + (s_{\Delta T_i(t)}^{rel})^2}. \tag{5.29}$$

Kapitel 6

Transport während Typ I ELMs

Aus den in den Kapiteln 3 und 5 beschriebenen Elektronendichte- und Elektronentemperaturprofilen werden nun die Transportkoeffizienten bestimmt. Die Auswertung von Typ III ELMs erweist sich aufgrund der hohen Frequenz und der unregelmässigen H_α -Signatur als bislang nicht möglich, so daß im folgenden nur Typ I ELMs betrachtet werden.

6.1 Elektronendichte und -temperatur

Die für einen Typ I ELM charakteristischen Veränderungen der Elektronendichte- und -temperaturprofile wird exemplarisch an den über 20 ELMs gemittelten Profilen der Plasmaentladung #7500 gezeigt.

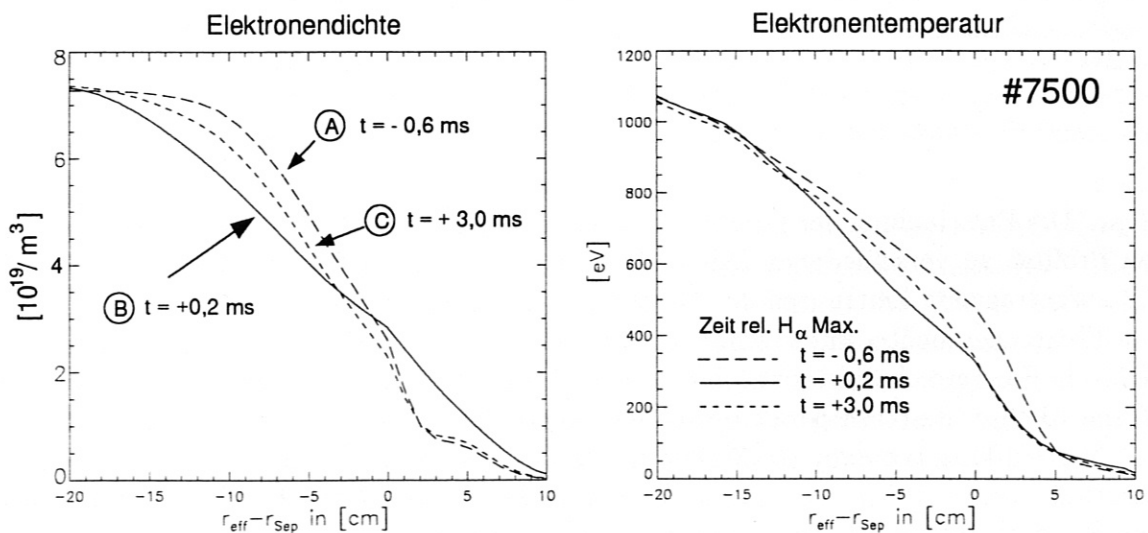


Abbildung 6.1: Elektronendichte und -temperatur während eines (aus 20 ELMs gemittelten) Typ I ELMs der Plasmaentladung #7500. Die Zeiten sind relativ zum Maximum des H_α -Signals im äußeren Divertor angegeben.

Es handelt sich um eine Entladung bei $B_t = -2,5 T$ und $I_p = 1 MA$ mit einer Zusatzheizleistung von $P_{NI} = 5,2 MW$. Der Sicherheitsfaktor am Rand beträgt $q_{95} = 3,9$. Die gemittelten Dichtedaten besitzen eine Zeitaufösung von $200 \mu s$, die Temperaturdaten von

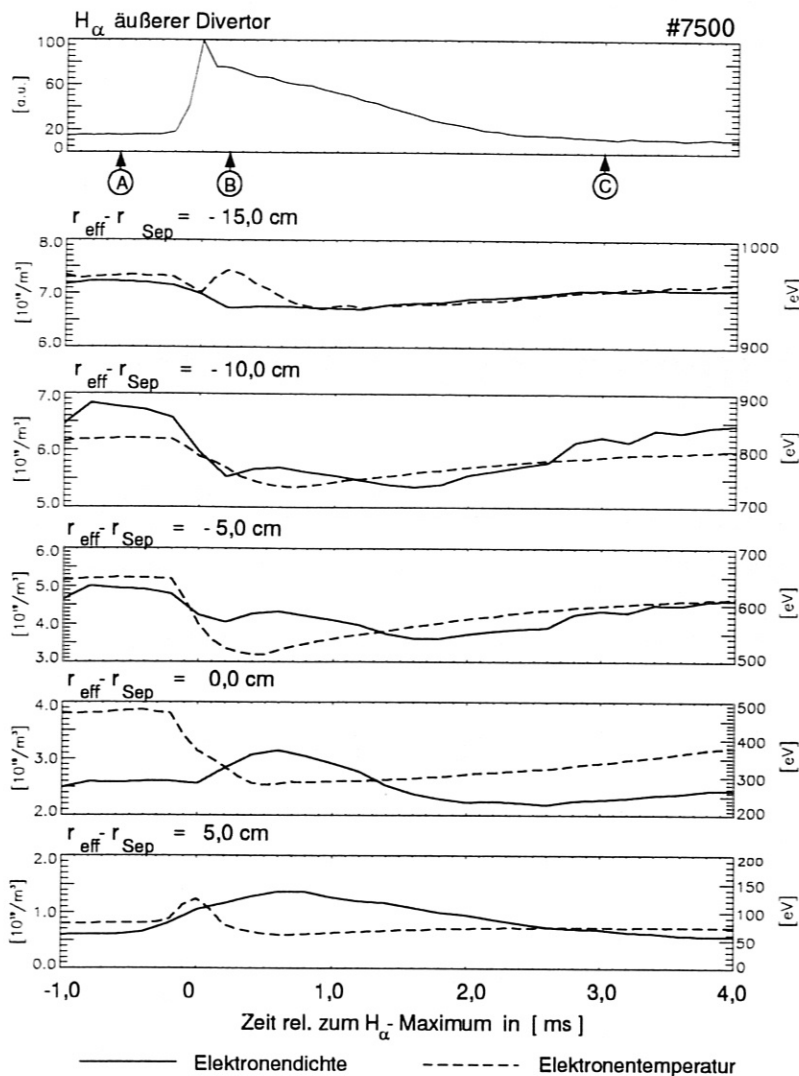


Abbildung 6.2: Elektronendichte und -temperaturen während Typ I ELMS der Plasmaentladung #7500 aufgetragen über die Zeit relativ zum Maximum des H_{α} -Signales für verschiedene Radien relativ zu der aus der Gleichgewichtsrekonstruktion bestimmten Separatrix. Die Buchstaben A - C markieren die in Abb. 6.1 aufgetragenen Zeitpunkte.

50 μ s. Die Entwicklung der Gradienten sieht man an den in Abb. 6.1 aufgetragenen radialen Profilen zu verschiedenen Zeitpunkten. Die zeitliche Veränderung ist an den in Abb. 6.2 aufgetragenen Zeitspuren der Dichte und Temperatur deutlich.

Die Elektronendichte- und -temperaturprofile vor dem ELM (A) sind durch einen für die H-Mode Barriere charakteristischen hohen Gradienten ausgezeichnet, der sich durch eine stetige Dichte- und Temperaturerhöhung innerhalb der Separatrix weiter ansteigt.

Ca. 300 – 100 μ s vor dem H_{α} -Maximum flachen die Profile schnell ab. Am H_{α} -Signal ist innerhalb von $\leq 100 \mu$ s eine starke Zunahme des Teilchenflusses und der Temperatur in der Randschicht zu erkennen, was sich auch durch einen deutlichen Anstieg der Dichte außerhalb der Separatrix bemerkbar macht (B). Innerhalb der Separatrix fallen Dichte und Temperatur schnell ab. Aus den zeitlich besser aufgelösten Temperaturmessungen ist zunächst eine räumliche Ausdehnung über die ersten 5 – 10 cm innerhalb der Separatrix zu erkennen. Die Temperaturniedrigung breitet sich innerhalb von 200 – 300 μ s bis ca. 15 cm innerhalb der Separatrix aus.

Die Relaxation der Dichte- und Temperaturänderungen weist Unterschiede auf. Während die Temperatur innerhalb der Separatrix bereits 0,5 – 1 ms nach dem H_{α} -Maximum deut-

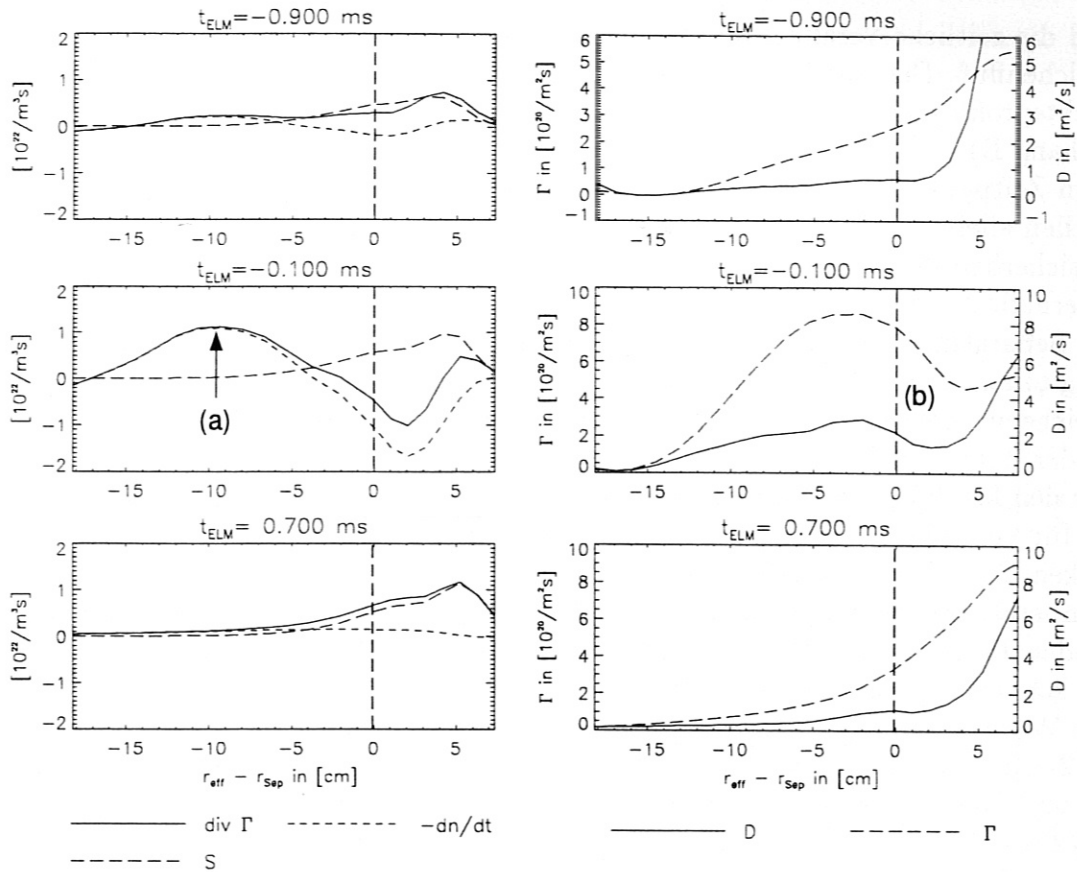


Abbildung 6.3: Teilchenfluß während Typ I ELMs der Plasmaentladung #7473 in verschiedenen ELM Phasen. In der linken Spalte sind die Teilchenquellen und Dichteänderungen aufgetragen, die eine Divergenz im radialen Teilchenfluß erzeugen. In der rechten Spalte stehen die resultierenden Flüsse und Diffusionskoeffizienten. Die Dichteprofile wurden zur Rauschunterdrückung in der Zeit gefiltert (Filterkonstante $D_F = 10 \text{ m}^2/\text{s}$, vgl. Anhang B).

lich relaxiert, steigt die Dichte erst nach $1 - 2 \text{ ms}$ wieder an (C). Genauere Aussagen zur Korrelation erfordern eine höhere zeitliche Auflösung und geringere statistische Unsicherheit der Dichteinformation. Außerhalb der Separatrix relaxiert die Dichte nach einem maximalen Anstieg ca. $0,5 \text{ ms}$ nach dem H_α -Maximum über einen Zeitraum von einigen ms . Der Temperaturanstieg ist nur sehr kurzzeitig (ca. $300 \mu\text{s}$). Das ungemittelte Signal zeigt, daß es zu vielen kurzzeitigen (kürzer als $10 \mu\text{s}$) Temperaturerhöhungen kommt. Nach dem Anstieg sinkt die Temperatur auch außerhalb der Separatrix auf einen Wert unter der Temperatur zwischen den ELMs.

6.2 Teilchen- und Wärmefluß

Die Teilchen- und Energieflüsse haben in den Gleichungen 5.16 und 5.17 mehrere Quellterme. Ihre Größen und Unsicherheiten bestimmen die Fehler in den Flüssen und den Transportkoeffizienten.

In Abb. 6.3 sind in der linken Spalte die radialen Profile der externen Teilchenquellen S

und die zeitliche Veränderung der Dichte aufgetragen. Sie bilden die Quellterme für den Teilchenfluß. Der aus ihnen berechnete Fluß ist in der rechten Spalte aufgetragen. Die Dichteprofile sind für die Abbildungen zur Rauschunterdrückung in der Zeit gefiltert (vgl. Anhang B).

Zum Zeitpunkt $t = -0,9 \text{ ms}$ wird der Teilchenfluß nahezu stationär durch die Teilchenquellen alleine bestimmt. Die zeitlichen Veränderung liegen im Rahmen der statistischen Unsicherheit der Dichte. $0,1 \text{ ms}$ vor dem Maximum des H_α -Signals wirkt die Verdünnung innerhalb der Separatrix (a) als Quelle für den Fluß. Der Diffusionskoeffizient innerhalb der Separatrix und der Teilchenfluß über die Separatrix (b) ist erhöht. Die Dichteänderung nimmt schnell ab, so daß der Teilchenfluß und die Diffusionskoeffizienten wieder den Gleichgewichtswerten zustreben. Zur Zeit $0,7 \text{ ms}$ nach dem H_α -Maximum ist die Dichte wieder durch die Teilchenquellen bestimmt.

Für den konduktiven Wärmefluß existieren formal mehrere Quellterme. Sie sind in Abb. 6.4 für verschiedene Zeitpunkte als radiale Profilabschnitte aufgetragen. Als Quellterme wirken die externen Energiequellen P und die Änderung der Energiedichte durch eine Temperaturveränderung $-3/2nk_B\partial T/\partial t$, als Senken die Energie zur Heizung neu entstehender Teilchen (ihre Energie wird gegebenenfalls in P berücksichtigt) $-3/2k_BTS$ und der konvektive Wärmefluß $-3/2\Gamma\partial T/\partial r$.

Der Wärmefluß zum Zeitpunkt $t = 0,9 \text{ ms}$ entspricht ungefähr dem des Gleichgewichts. Im Zentrum dominiert die externe Quelle den Wärmefluß. Der Einfluß von Teilchenquellen und Konvektion spielt erst am Rand ($r_{eff} - r_{sep} \geq -5 \text{ cm}$) eine Rolle. Die Terme $-3/2k_BTS$ und $-3/2\Gamma\partial T/\partial r$ haben dieselbe Größenordnung, ein umgekehrtes Vorzeichen und sind radial gegeneinander verschoben, was als erhöhter Wärmetransport durch Konvektion in der Randschicht zu interpretieren ist.

Zum Zeitpunkt $t = -0,1 \text{ ms}$ steigt der Wärmefluß stark an, was sich in einer negativen Zeitableitung der Temperatur äußert (c). Der Wärmefluß und die Wärmeleitfähigkeit sind stark erhöht (d). Der Wärmefluß über die Separatrix ist ungefähr $12\times$ höher als im Gleichgewicht. Zum Zeitpunkt $t = 0,7 \text{ ms}$ relaxiert das Temperaturprofil nur langsam, so daß die Flüsse sich ihrem Wert zwischen den ELMS annähern.

Außerhalb der Separatrix ($r_{eff} - r_{sep} > 0$) steigen die aus den Flüssen berechneten Diffusionskoeffizienten und Wärmeleitfähigkeiten scheinbar stark an. Dieses ist nicht als erhöhter Transport zu interpretieren, sondern als Grenze der eindimensionalen Beschreibung. Da außerhalb der Separatrix die Flußflächen offen sind, können sich entlang der Feldlinien Gradienten in der Dichte und Temperatur bilden und Transport parallel und senkrecht zu den Feldlinien stattfinden. Die Berechnung von Flüssen senkrecht zum magnetischen Feld ist in Rahmen diese Transportmodells außerhalb der Separatrix nicht mehr möglich. In der Transportgleichungen (Glg. 5.17) wird nicht explizit zwischen konduktiven und konvektiven Wärmefluß aufgelöst. Für das gezeigte Beispiel berechnet sich für das Gleichgewicht ein konvektiver Wärmefluß über die Separatrix von $q_{Konv} \approx 20 \text{ kW/m}^2$ im Vergleich zum konduktiven Wärmefluß von $q_{Kond} \approx 40 \text{ kW/m}^2$. Zum Zeitpunkt $t = -0,1 \text{ ms}$ betragen die Flüsse $q_{Konv} \approx 80 \text{ kW/m}^2$ und $q_{Kond} \approx 170 \text{ kW/m}^2$, so daß die Konvektion gegenüber der Konduktion als Mechanismus der Wärmeleitung nicht vernachlässigbar ist.

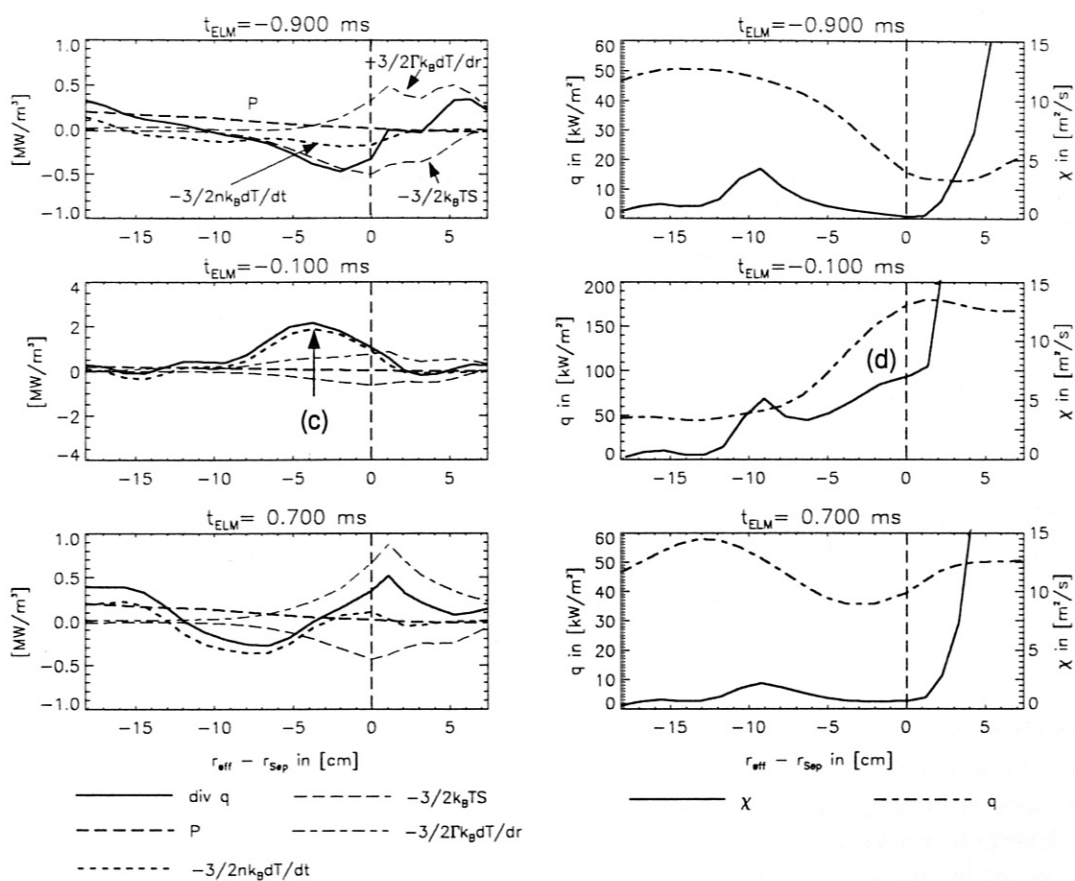


Abbildung 6.4: Wärmefluß während Typ I ELMs der Plasmaentladung #7473 in verschiedenen ELM Phasen. In der linken Spalte sind die Quelle des konduktiven Wärmeflusses aufgetragen. In der rechten Spalte steht der daraus berechnete konduktive Wärmefluß q und die entsprechende Wärmeleitfähigkeit χ .

6.3 Effektive Transportkoeffizienten

Es werden Transportkoeffizienten für Entladungen mit $B_t = 2,5 T$ und $I_p = 1 MA$ untersucht. In Abb. 6.5 sind jeweils die Orts- und Zeitspur der maximalen Transporterhöhung innerhalb der Separatrix aufgetragen.

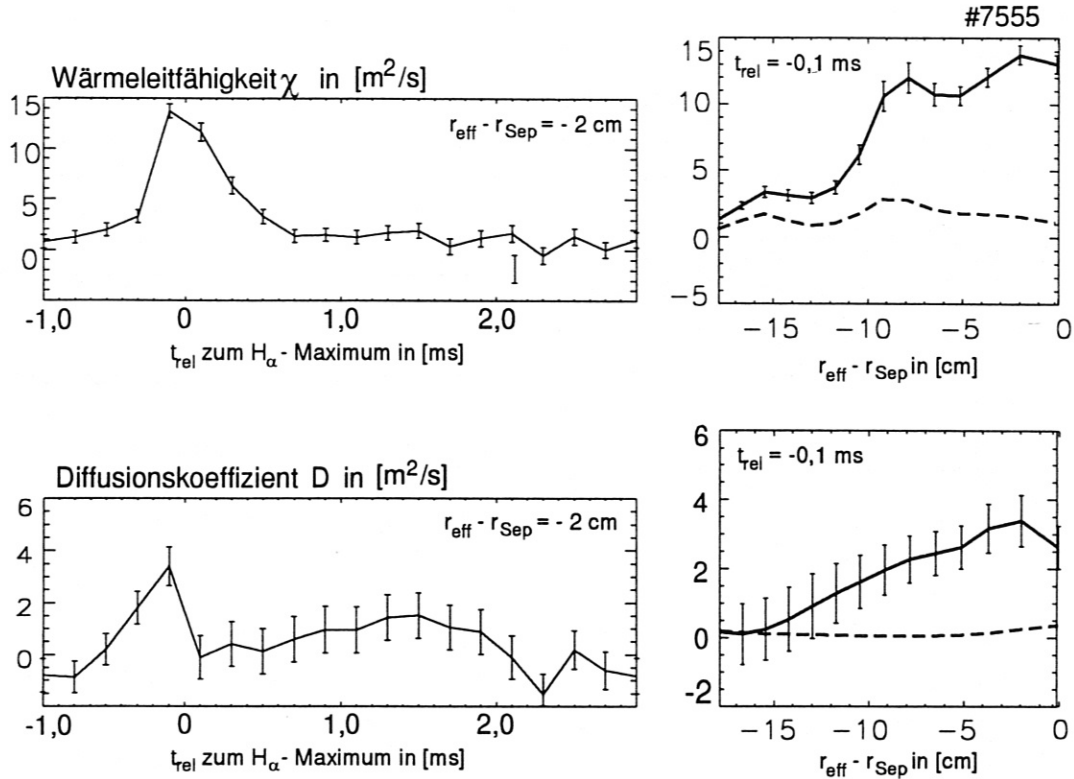


Abbildung 6.5: Diffusionskoeffizient und Wärmeleitfähigkeit während Typ I ELMS der Plasmaentladung #7555. Dargestellt sind die Zeitspuren und radialen Profile der maximalen Transporterhöhung innerhalb der Separatrix. Die Fehlerbalken zeigen nur die statistische Unsicherheit. Im Vergleich zum radialen Profil ist jeweils das Gleichgewichtsprofil der Transportkoeffizienten aufgetragen.

In beiden Transportkoeffizienten ist vor dem Maximum des H_α -Signals ein Anstieg auf ein Vielfaches des Wertes zwischen den ELMS zu beobachten. Dieser Anstieg geschieht in einem 5 – 10 cm breiten Intervall innerhalb der Separatrix. Die Relaxation der Wärmeleitfähigkeit erfolgt innerhalb ungefähr 0,5 – 1,0 ms während der Diffusionskoeffizient auch noch bis zu 2 ms nach dem H_α -Maximum erhöht ist.

6.3.1 Diskussion der Fehler

- Die statistische Unsicherheit, in Abb. 6.5 durch die Fehlerbalken angegeben, ist gemäß der in Kap. 5.4 beschriebenen Fehlerfortpflanzung auf die statistische Unsicherheit der Dichte und Temperatur zurückzuführen. Die Unsicherheit im Wärmeleitfähigkeitskoeffiziente wird zum Großteil durch die Unsicherheit im konvektiven

Wärmefluß verursacht und ist somit auch auf die Unsicherheit der Dichtemessung zurückzuführen.

- Die auf eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 200 \mu s$ beschränkte Transportanalyse verhindert die Auflösung und Beschreibung von schnelleren Veränderungen im Plasma. Dies führt dazu, daß der Differenzenquotient $|\Delta n / \Delta t|$ nur eine untere Grenze der maximalen Zeitableitung $|\partial n / \partial t|$ ist und somit eine untere Grenze in $\Delta \Gamma$ und ΔD , bzw. entsprechend für $\Delta \chi$ darstellt. Die Anstiegszeiten des H_α -Signal, sowie der ECE-Temperaturen und magnetischen Signalen (siehe Abb. 1.4) legen kürzere Anwachzeiten nahe.
- Systematische Fehler in der Modellierung der Quellterme wirken sich, solange sie zeitunabhängig sind, in erster Näherung nur auf die stationären Transportkoeffizienten aus, so daß sie für die Transporterhöhung vernachlässigt werden können. Die Unsicherheit der zeitabhängigen Quellterme ist besonders bei der Ionisation neutraler Teilchen vom Rand groß, so daß systematische Fehler in der Erhöhung des Diffusionskoeffizienten nicht auszuschließen sind. Eine Fehlerabschätzung erfordert die genauere Kenntnis der Neutralgasverteilung.
- Ein weiterer systematischer Fehler kann durch die in dieser Arbeit vorgenommene Konstruktion der Dichteprofile entstehen, da die geringe Anzahl von gemessenen Linienintegralen (3-5) keinen eindeutigen Schluß auf die Profilform am Plasmarand ($\rho_{pol} = 0,8 - 0,95$) außerhalb des durch die Li-Strahlungsmessung zugänglichen Bereichs zuläßt und durch die Forderung nach minimaler Krümmung ergänzt wird. Eine Lokalisierung der Transporterhöhung, wie sie für die Wärmeleitfähigkeit gefunden wird (siehe in Abb. 6.5), kann auf diese Weise systematisch unterdrückt werden. Eine Interpretation der Breite der Diffusionskoeffizientenerhöhung ist aus diesem Grund nicht sinnvoll.

6.3.2 Tabellierung charakteristische Parameter

Als charakteristische Parameter werden tabelliert:

- Die Maximale Erhöhung der Transportkoeffizienten (ΔD , $\Delta \chi$) gegenüber dem Gleichgewichtsprofil. Sie ist eine untere Grenze für die tatsächliche Transporterhöhung.
- Breite Δr_χ der Wärmeleitfähigkeitsänderung (Abfall auf ihr halbes Maximum). Da die Wärmeleitfähigkeitserhöhung innerhalb der Separatrix ein Plateau bildet, wird anstelle des Maximums die Separatrix als Bezugspunkt gewählt.
- Änderung des Teilcheninhalts ΔN .
- Änderung des Energieinhalts ΔW .

Es werden mehrere Plasmaentladungen mit gleicher magnetischer Konfiguration ($B_t = -2,5 T$, $I_P = 1 MA$, $q_{95} = 3,9$) untersucht. Die berechneten Größen sind in Tabelle 6.1 eingetragen.

#	ν_{ELM}	P_{NI}	n_{Sep}^a	T_{Sep}^a	ΔD	$\Delta \chi$	Δr_χ	ΔN	ΔW
	Hz	MW	$10^{19}/m^3$	eV	m^2/s	m^2/s	cm	$10^{19}/m^3$	kJ
6206	220	7,9	4,3	420	$7,2 \pm 3,0$	-	-	3,2	-
6541	154	5,2	3,2	310	$7,9 \pm 0,5$	-	-	2,9	-
7469	149	5,2	2,1	400	$4,6 \pm 2,0$	$10,5 \pm 2,0$	4,7	2,0	13,2
7473	149	5,2	2,0	380	$3,6 \pm 1,5$	$13,3 \pm 1,4$	6,7	2,3	13,1
7477	141	5,2	2,7	410	$6,9 \pm 1,5$	$9,8 \pm 1,5$	5,4	2,8	12,4
7493	172	5,2	3,2	280	$4,35 \pm 1,8$	-	-	2,7	-
7555	102	5,2	2,3	400	$6,8 \pm 2,0$	$11,2 \pm 1,0$	10,0	2,9	15,9
7605	131	5,0	2,1	430	$5,7 \pm 2,5$	$12,0 \pm 1,0$	8,4	3,7	19,4
7606	131	5,0	1,95	410	$9,1 \pm 2,5$	$12,1 \pm 1,1$	9,2	2,7	15,9
7609	161	5,0	1,95	470	$6,95 \pm 2,0$	$9,2 \pm 0,8$	5,7	2,7	12,4
7664	173	7,7	2,3	525	$6,1 \pm 2,0$	$10,4 \pm 1,1$	5,7	1,7	9,7

^aSeparatrix aus der Gleichgewichtsrekonstruktion

Tabelle 6.1: Erhöhung der Transportkoeffizienten für Plasmaentladungen mit $B_t = -2,5 T$ und $I_p = 1 MA$.

Die betrachteten Plasmaentladungen variieren in der Wiederholungsrate der ELMs. Eine Analyse der experimentellen Beobachtungen über einen weiten Parameterbereich haben ergeben, daß die Wiederholungsrate von Typ I ELMs proportional zum Energiefluß über die Separatrix ist [27].

$$f_{ELM} \propto P_{Sep}, \quad (6.1)$$

so daß eine Variation der ELM-Wiederholungsrate eine Variation des Energieflusses über die Separatrix impliziert. Diese Variation tritt auch bei gleicher Heizleistung auf, da der Energiefluß über die Separatrix

$$P_{Sep} = P_{Heizung} - P_{Strahlung} - \dot{W} \quad (6.2)$$

außer von der Heizleistung auch von der im Kernplasma abgestrahlten Leistung und der Veränderung des Energieinhalts abhängt. Die untersuchten Entladungen unterscheiden sich zum Großteil in der abgestrahlten Leistung.

Es wird beobachtet, daß die Erhöhung der Transportkoeffizienten im Rahmen ihrer statistischen Unsicherheit und der untersuchten Parametervariation ($f_{ELM} = 120 - 220 Hz$) nicht von der Wiederholungsrate der ELMs und damit auch nicht vom Energiefluß über die Separatrix abhängen (vgl. Abb. 6.6).

Die ermittelte mittlere Erhöhung der Transportkoeffizienten beträgt:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta D} &= 6,4 \pm 1,5 m^2/s \\ \overline{\Delta \chi} &= 11,3 \pm 1,1 m^2/s. \end{aligned}$$

6.4 Diskussion der Ergebnisse

Die beobachtete Konstanz der Transportkoeffizienten weist zunächst auf einen vom Energiefluß unabhängigen Transportmechanismus während des ELMs hin.

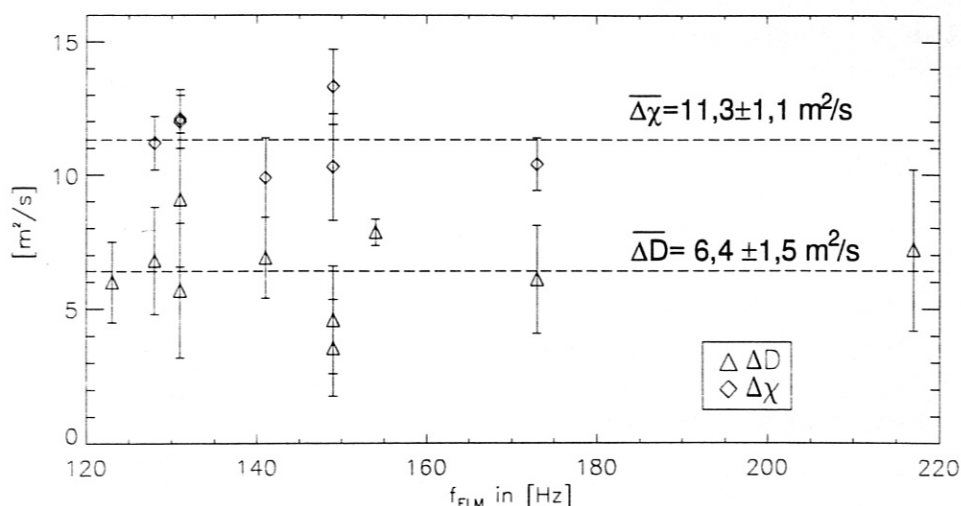


Abbildung 6.6: Maximale Erhöhung der Transportkoeffizienten D und χ während Typ I ELMs innerhalb der Separatrix aufgetragen gegen die ELM-Wiederholungsrate.

Der Typ I ELM wird mit der idealen Ballooning Instabilität in Verbindung gebracht [28]. Die Stabilitätsgrenze wird durch einen kritischen Druckgradienten beschrieben, der von der Verscherung des magnetischen Feldes, nicht aber vom Energiefluß abhängt. Ein vom Energiefluß unabhängiges Stabilitätskriterium ist konsistent mit der beobachteten Energieflußabhängigkeit der ELM-Frequenz, indem sich mit steigender Heizleistung lediglich die Zeit verringert, nach der die Stabilitätsgrenze wieder verletzt wird und sich dadurch die Wiederholungsrate erhöht. In einer vereinfachten Darstellung setzt sich dann der Energieverlust eines ELMs aus dem kritischen Druckgradienten und der Breite der von der Transporterhöhung betroffenen äußeren Schicht zusammen:

$$\Delta W \propto (\nabla p)_{krit} \cdot (\Delta r_{ELM})^2. \quad (6.3)$$

Eine Analyse der MHD-Energie des Plasmas [29] sowie die Thermographie der Prallplatten [30][31] zeigt einen über weite Parameterbereiche konstanten Energieauswurf des ELMs. Durch eine Integration der in dieser Arbeit verwendeten ELM-aufgelösten Dichte- und Temperaturprofile kann auf eine dritte, von den beiden genannten Methoden unabhängigen Art und Weise der Energieverlust eines ELMs bestimmt werden.

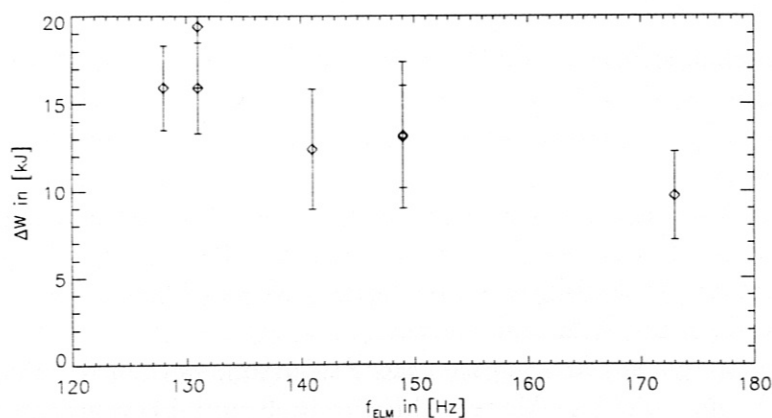


Abbildung 6.7: Energieverlust des eingeschlossenen Plasma eines Typ I ELM aufgetragen gegen die ELM-Wiederholungsrate.

Die in Abb. 6.7 aufgetragenen Ergebnisse bestätigen innerhalb des Fehlers und der begrenzten Statistik auf dem betrachteten Frequenzintervall die vorherigen Ergebnisse. In den Fehler des Energieverlusts geht neben den Unsicherheiten in der Dichte und Temperaturmessung vor allem die Unsicherheit in der Separatrixposition ein, deren Einfluß auf den Fehler des Energieverlusts sich mit $s_{\Delta W} \approx s_{R_{Sep}} / \Delta r_{\chi} \cdot \Delta W$ abschätzen läßt.

Da der kritische Druckgradient nur von der magnetischen Konfiguration abhängt, erwartet man im Rahmen des einfachen Modells (vgl. Glg. 6.3) für die in dieser Arbeit untersuchten Plasmaentladungen eine konstante Breite der von der Erhöhung des Transportes betroffenen Schicht (Δr_{χ} wird als ein Maß für Δr_{ELM} angenommen). Die Bestimmung der Breite ist analog zur Bestimmung des Energieverlusts von der Separatrixposition abhängig. Im Rahmen dieses Fehlers entsprechen die beobachteten ELM-Breiten den Erwartungen.

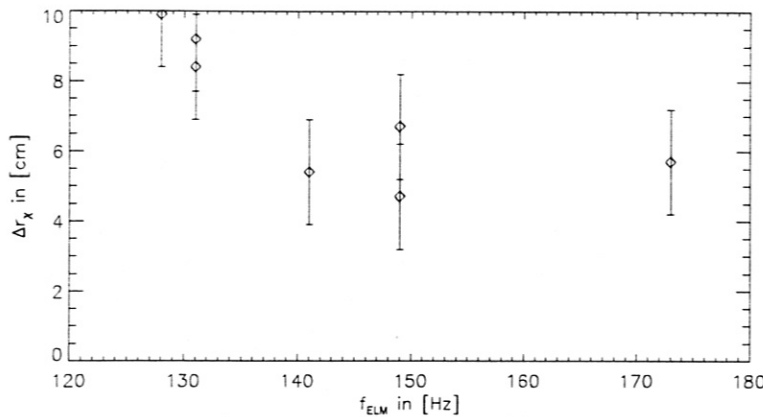


Abbildung 6.8: Breite der Transporterhöhung Δr_{χ} während eines Typ I ELM

Nachdem eine theoretische Beschreibung des Energieverlusts des ELMs noch aussteht, ist eine Skalierung der Breite der vom ELM betroffenen Zone eine Möglichkeit, auf Energieverluste und Prallplattenbelastungen in einem zukünftigen Fusionsreaktor zu schließen. Abhängigkeiten werden insbesondere vom Sicherheitsfaktor und der Verscherung des magnetischen Feldes erwartet. Um zu einer verlässlichen Extrapolation der Transporterhöhung während ELMs in ITER zu kommen, muß ein Vergleich mit Tokamaks ähnlicher Geometrie aber unterschiedlicher Dimension (z.B. COMPASS-D und JET) durchgeführt werden.

6.5 Vergleich mit einem Transportmodell

Eine von R. Buttery am Tokamakexperiment COMPASS-D durchgeführte Modellierung des Wärmetransportes während des ELMs [32] wird vorgestellt und die von ihr vorhergesagte Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit χ_{\perp} mit den in dieser Arbeit bestimmten experimentellen Ergebnissen verglichen.

Mit Hilfe von nah am Plasma angeordneten Mirnov-Spulen [14] werden am Tokamak COMPASS-D ($I_p = 100 - 200 \text{ kA}$, $B_T = 1 - 2 \text{ T}$, $R = 0,56 \text{ m}$, $a = 0,18 \text{ m}$) vor Typ I ELMs kohärente magnetische Precursor-Oszillationen beobachtet. Sie besitzen Anwachsraten von $30 \mu\text{s}$ und werden während des ELMs inkohärent.

Den in Abb. 6.9 gezeigten integrierten Mirnov-Signalen des Precursors werden toroidale Modenzahlen von $n = 4$ und 5 und poloidale Modenzahlen $m = 9$ und 14 zugeordnet.

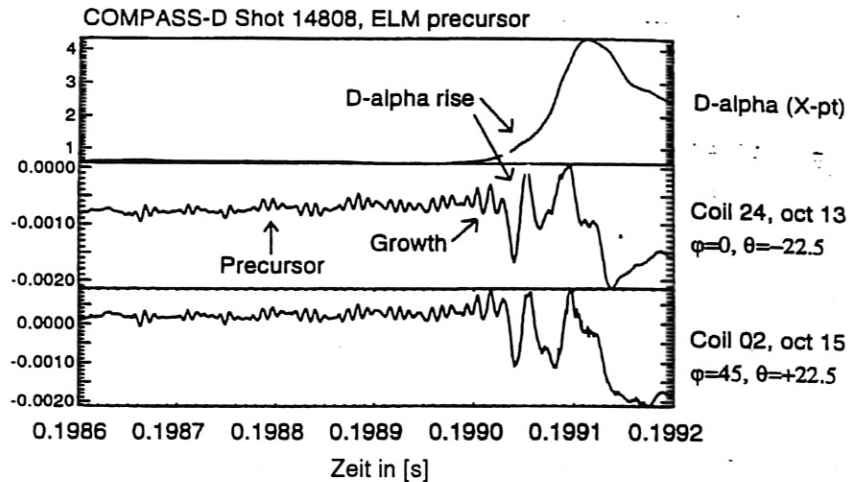


Abbildung 6.9: Precursor-Oszillationen im integrierten Mirnov-Signal vor Typ I ELMs am COMPASS-D. Die Pfeile kennzeichnen die untersuchten Zeitpunkte [32].

Die diesen Moden entsprechenden resonanten Flußflächen mit $q = 9/4$ und $14/5$ werden durch eine Gleichgewichtsrekonstruktion lokalisiert.

Auf diesen Flächen werden parallel zu den Feldlinien fließende helikale Störströme angenommen und ihre Amplituden so modelliert, daß sie die beobachteten magnetischen Signale reproduzieren. Durch Feldlinienverfolgung wird ermittelt, daß Feldlinien aufgrund der Störströme nicht mehr auf einer Flußfläche bleiben sondern radiale Exkursionen aufreten. Durch einen Wärmetransport entlang von Feldlinien, die einen radialen Versatz aufweisen, kommt es zu einem effektiven Transport in radialer Richtung. Dieser kann für eine radiale Exkursion δr entlang einer Feldlinienlänge δl mit Hilfe der Formel von Rechester und Rosenbluth [33] durch eine Wärmeleitfähigkeit senkrecht zu den Flußflächen

$$\chi_{\perp} = \frac{\langle (\delta r)^2 \rangle}{\langle \delta l \rangle} v_e \quad (6.4)$$

beschrieben werden.

Der Störstrom wird zu den in Abb. 6.9 gekennzeichneten Zeitpunkten den Precursor-Oszillationen angepaßt. Die zu diesen Zeitpunkten nach Glg. 6.4 berechnete Wärmeleitfähigkeit ist in Abb. 6.10 aufgetragen.

Die Modellierung ergibt, daß zu Beginn der Precursor-Oszillationen (a) die Feldlinien noch weitgehend an die Inseln auf den resonanten Flächen gebunden sind. Die effektive Wärmeleitfähigkeit senkrecht zu den Flußflächen ist kaum erhöht. Mit dem Wachsen der Mode (b) vergrößern sich radiale Exkursionen der Feldlinien, was eine Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit und die Ausbreitung des Gebietes erhöhten Transportes um die Inseln zur Folge hat. Mit dem Anstieg des D_{α} -Signales (c) wachsen die radialen Exkursionen so stark an, daß es zu einer Ergodisierung der Feldlinien im Gebiet zwischen den Inselketten kommt. Radiale Exkursionen reichen bis über die Separatrix hinaus. Die Wärmeleitfähigkeit steigt innerhalb eines weiten Gebietes schnell an und führt zu einem starken Teilchen- und Energieverlust in die SOL.

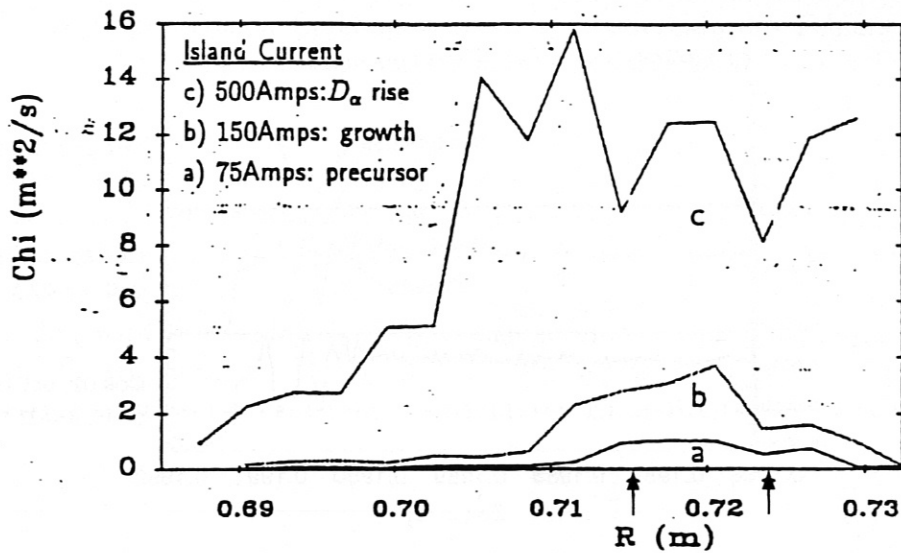


Abbildung 6.10: Radiale Wärmeleitfähigkeit aufgrund der modellierten Störströme auf den resonanten Flußflächen der beobachteten Precursor-Moden. Die Pfeile zeigen die Position der resonanten Flächen $q = 2, 25$ und $q = 2, 8$). Die Separatrix liegt bei $R_{Sep} = 0, 73 \text{ m}$ [32].

Aus den modellierten Störströmen wird eine Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit in einer ca. 3 cm breiten Randschicht auf $\chi_{\perp} = 10 - 12 \text{ m}^2/\text{s}$ vorhergesagt.

Dieses Resultat soll mit den Messungen an ASDEX Upgrade verglichen werden. Dazu wird für eine ASDEX Upgrade Entladung ($B_T = 2, 5 \text{ T}$, $I_p = 1 \text{ MA}$, $P_{NI} = 5 \text{ MW}$) die Wärmeleitfähigkeit zu drei Zeitpunkten ($t = -0, 9 \text{ ms}$, „precursor“; $t = 0, 3 \text{ ms}$, „precursor growth“; $t = -0, 1 \text{ ms}$, „ H_{α} rise“) bestimmt (vgl. Abb. 6.11).

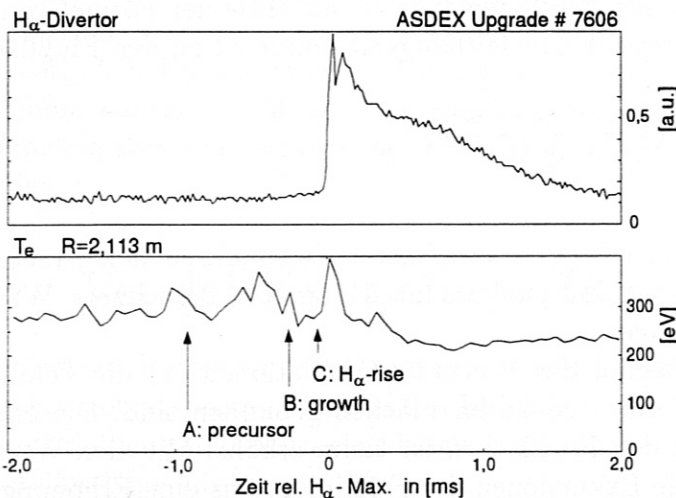


Abbildung 6.11: Typ I ELM Precursor in der Elektronentemperatur an ASDEX Upgrade.

Die radialen Profile sind in Abb. 6.12 aufgetragen. Die Erhöhung beträgt $11 - 12 \text{ m}^2/\text{s}$ und zeigt ein ähnliches Anwachsen auf. Es wird eine Eindringtiefe von ca. $\Delta r_{\chi} = 8 \text{ cm}$ beobachtet (dies entspricht in der Mittelebene einem Abstand von ca. 5 cm). Die Größe der Transporterhöhung, sowie die Lokalisierung am Rand, stimmen mit den für COMPASS-D vorhergesagten Werten überein. Der Vergleich zeigt, daß der am COMPASS-D modellierte

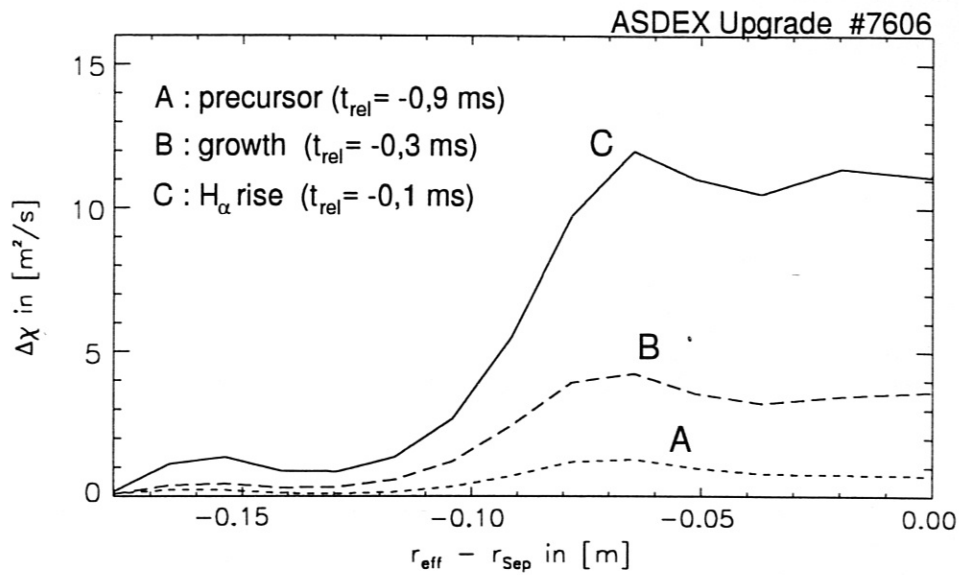


Abbildung 6.12: An ASDEX Upgrade aus Temperatur- und Dichtemessungen ermittelte Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit während eines Typ I ELMs. Die Zeitpunkte A, B und C sind in Abb. 6.11 relativ zu Precursor und H_{α} -Signal aufgezeigt.

Transportmechanismus (Parallel-Transport entlang ergodisierter Feldlinien) zu Transportkoeffizienten führt, welche die beobachteten Dichte und Temperaturänderungen während Typ I ELMs auch an ASDEX Upgrade beschreiben können.

Ein direkter Vergleich ergäbe sich durch die Modellierung von ASDEX Upgrade Typ I ELM Precursor. Sie werden in der Elektronentemperatur und während einer entgegen der Stromrichtung injizierenden Neutralinjektionsheizung auch in Mirnov-Spulen beobachtet [34]. Mit Hilfe der ECE-Messung könne sie bis 2 cm innerhalb der Separatrix lokalisiert werden. Aus Magnetische Messungen werden ihnen die poloidalen Modenzahlen von 9–14 zugeordnet. Jedoch ist aufgrund der Spulenanordnung zur Zeit noch keine Zuordnung toroidaler Modenzahlen möglich, so daß der Vergleich zwischen Experiment und Modellierung noch nicht an der gleichen Maschine durchgeführt werden kann. Dies soll in Zukunft geschehen.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit ist die Interpretation der am Fusionsexperiment ASDEX Upgrade gemessenen Elektronendichten und Elektronentemperaturen in Hinsicht auf den während Edge Localized Modes (ELMs) stattfindenden Transport von Teilchen und Energie. ELMs sind MHD-Instabilitäten, welche auf einer Zeitskala von einigen $100 \mu\text{s}$ zum Auswurf von Teilchen und Energie führen.

Als erster Schritt müssen dazu hinreichend zeitlich aufgelöste Dichte- und Temperaturprofile gemessen werden. Zu diesem Zweck werden ein ECE-Radiometer, eine vertikale Thomson-Streuungs-Diagnostik, ein DCN-Laser-Interferometer und eine Li-Strahl-Diagnostik verwendet. Während die Zeitauflösung des ECE-Radiometers $32 \mu\text{s}$ beträgt, wird bei der Rekonstruktion der Randdichte erst durch Mittelung über viele ELMs eine Zeitauflösung von $200 \mu\text{s}$ erzielt. Diese Zeitauflösung ermöglicht die Durchführung der Transportuntersuchung für Typ I ELMs.

Für die Beschreibung des Transports werden die Einflüssigkeitsgleichungen in Zylindergeometrie gewählt und es wird ein diffusiver Ansatz für den Teilchen- und Wärmetransport gemacht. Eine Interpretation der Dichte- und Temperaturdaten erfordert die Kenntnis der Teilchen- und Energiequellen im Plasma. Die Teilchen- und Leistungsdeposition der Neutralinjektionsheizung sowie die Ionisation neutraler Teilchen am Plasmarand werden modelliert und die Ergebnisse jeweils mit mehrdimensionalen Monte-Carlo-Rechnungen verglichen und Fehler abgeschätzt. Ferner werden Ohmsche Heizleistung berechnet und die Strahlungsverluste durch gemessene Werte berücksichtigt.

Die beobachtete Veränderung der Dichte- und Temperaturprofile während des ELMs läßt sich durch eine Erhöhung radialer Transportkoeffizienten auf ein Vielfaches ihrer Gleichgewichtswerte beschreiben. Statistische Unsicherheiten können zum Teil durch angepaßte Filterung verringert werden. Die begrenzte Zeitauflösung der Transportrechnung läßt nur die Bestimmung einer Untergrenze für die Transporterhöhung zu.

Eine Untersuchung von in der ELM-Wiederholungsrate variierenden Plasmaentladungen führt im Rahmen der untersuchten Parametervariation von $f_{ELM} = 120 - 220 \text{ Hz}$ zu einer von f_{ELM} unabhängigen Erhöhung des Diffusionskoeffizienten von $D_{\perp} = 0,2 \text{ m}^2/\text{s}$ auf $D_{\perp,max} = 6,5 \text{ m}^2/\text{s}$ und der Wärmeleitfähigkeit von $\chi_{\perp} = 1,7 \text{ m}^2/\text{s}$ auf $\chi_{\perp,max} = 13,0 \text{ m}^2/\text{s}$. Die Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit tritt in einer $5 - 8 \text{ cm}$ breiten Rand-

schicht auf.

Da die ELM-Frequenz linear mit dem Energiefluß über die Separatrix ansteigt, ist die Transporterhöhung somit auch von diesem unabhängig. Auch der aus den Dichte und Temperaturmessungen gewonnene Energieverlust eines ELMs variiert nicht mit der ELM-Frequenz, was die Ergebnisse vorhergehender Untersuchungen bestätigt. In einem Modell, das den vom Energiefluß unabhängigen Energieverlust erklärt, wird dessen Abhängigkeit von der Breite, der vom ELM beeinflussten Schicht vorhergesagt. Diese kann aus den experimentell ermittelten Transportkoeffizienten bestimmt werden und ist tatsächlich im Rahmen der Fehlerbalken konstant.

Vorhersagen für einen radialen Wärmetransport aufgrund von parallelem Transport entlang gestörter Feldlinien werden mit denen an ASDEX Upgrade aus Dichte- und Temperaturmessungen ermittelten Transportkoeffizienten verglichen. Die Störung der Feldlinien entspricht den an COMPASS-D gemessenen magnetischen Signalen und sagt eine mit dem H_α -Anstieg einsetzende Ergodisierung von Feldlinien in Regionen zwischen am Plasmarand lokalisierten Inselketten voraus. Die Größe des effektiven Transports senkrecht zu den Feldlinien stimmt mit den gemessenen Daten überein und legt diesen Transportmechanismus auch für den erhöhten Transport während Typ I ELMs an ASDEX Upgrade nahe.

7.2 Ausblick

Der Ausblick beinhaltet zum einen Verbesserungen des Auswerteverfahrens und zum anderen ihre möglichen Anwendungsbereiche.

So soll zu einer Verringerung der Unsicherheit der Dichteprofile in Zukunft auch die Reflektometrie-Diagnostik für die Erstellung der Elektronenranddichteprofile berücksichtigt werden. Ihre Zeitauflösung beträgt zur Zeit $\Delta t = 100 \mu s$ und kann zukünftig auf $\Delta t = 10 - 20 \mu s$ verbessert werden. Sie erlaubt durch einen Vergleich mit der Li-Strahl-Diagnostik eine Aussage über systematische Fehler und verspricht eine erhöhte Zeitauflösung für die Transportrechnung während der ELMs. Dadurch könnte die Untersuchung für zukünftige Fusionsexperimente attraktive Typ III ELMs durchgeführt werden.

Eine direkte Dichtemessung in der gesamten vom ELM beeinflussten Schicht innerhalb der Separatrix kann jedoch erst mit dem geplanten Aufbau (Zeitraum 1-2 Jahre) einer Reflektometrie-Diagnostik auf der Niedrigfeldseite, die Dichtemessungen bis $1,5 \cdot 10^{20} / m^3$ erlauben soll, erfolgen.

Die Anwendung der bereitgestellten Transportanalyse kann auf einen größeren Parameterbereich erweitert werden. Dies ist zum einen eine Erweiterung der untersuchten ELM-Frequenzen bzw. der Energieflüsse über die Separatrix. Zum anderen sind weitere Parameterabhängigkeiten insbesondere in Hinblick auf die Energieflüsse während ELMs in ITER und den dazu notwendigen Skalierungen interessant. So ist eine Abhängigkeit der Breite der Transporterhöhung und damit auch des Energieverlustes eines ELMs vom Sicherheitsfaktor und der Verschönerung des magnetischen Feldes zu erwarten. Schließlich muß, um zu einer verlässlichen Extrapolation der Transporterhöhung während ELMs in ITER zu kommen, ein Vergleich mit Tokamaks ähnlicher Geometrie aber unterschiedlicher Dimension (z.B. COMPASS-D und JET) durchgeführt werden.

Anhang A

Das Fusionsexperiment ASDEX Upgrade

Das Tokamak Experiment ASDEX Upgrade ist das 1990 in Betrieb gegangene Nachfolgeexperiment des ASDEX (**A**xial **S**ymmetrisches **D**ivertor **E**xperiment). Das Divertorkonzept beinhaltet eine Flußflächentopologie, in der geschlossene Feldlinien im Kernplasma durch eine Separatrix von offenen Feldlinien der Scrape-off-layer (SOL) getrennt sind. Verunreinigungen in der SOL werden so auf die weit vom Kernplasma entfernten Prallplatten geleitet, ohne das heiße Plasma zu stören.

Großer Plasmaradius	R	1,65 m
kleiner Plasmaradius	a	0,5 m
Plasmahöhe	b	0,8 m
Plasmaelongation	$\kappa = b/a$	1,6 – 1,7
Aspektverhältnis	$A = R/a$	3,3
Plasmavolumen	V_{Plasma}	13 m ³
Plasmaoberfläche	S_{Plasma}	42 m ²
Plasmastrom	I_P	0,6 – 1,4 MA
Toroidalfeld	B_t	1,0 – 3,0 T
maximale Heizleistung	P_{NI}	10 MW
	P_{ICRH}	4 MW
	P_{ECRH}	0,5 MW
Entladungsdauer	t_D	≤ 10 s

Tabelle A.1: Grundlegende Technische Daten von ASDEX Upgrade

Dieses Konzept wurde im Tokamak ASDEX erstmals und erfolgreich (Entdeckung der H-Mode, einem Plasmazustand mit stark verbessertem Einschluß [5]) eingesetzt. Am ASDEX Upgrade wird der Divertor unter reaktorrelevanten Bedingungen optimiert, um die Planung für den internationalen thermonuklearen Experimentalreaktor (ITER) zu unterstützen.

Untersucht werden Probleme in Hinsicht auf Leistungs- und Teilchenabfuhr, die zu einer erheblichen Materialbelastung führen. Weitere Forschungsgegenstand ist die Plasmaregelung durch weit vom Plasma entfernte Poloidalfeldspulen, die in einem zukünftigen

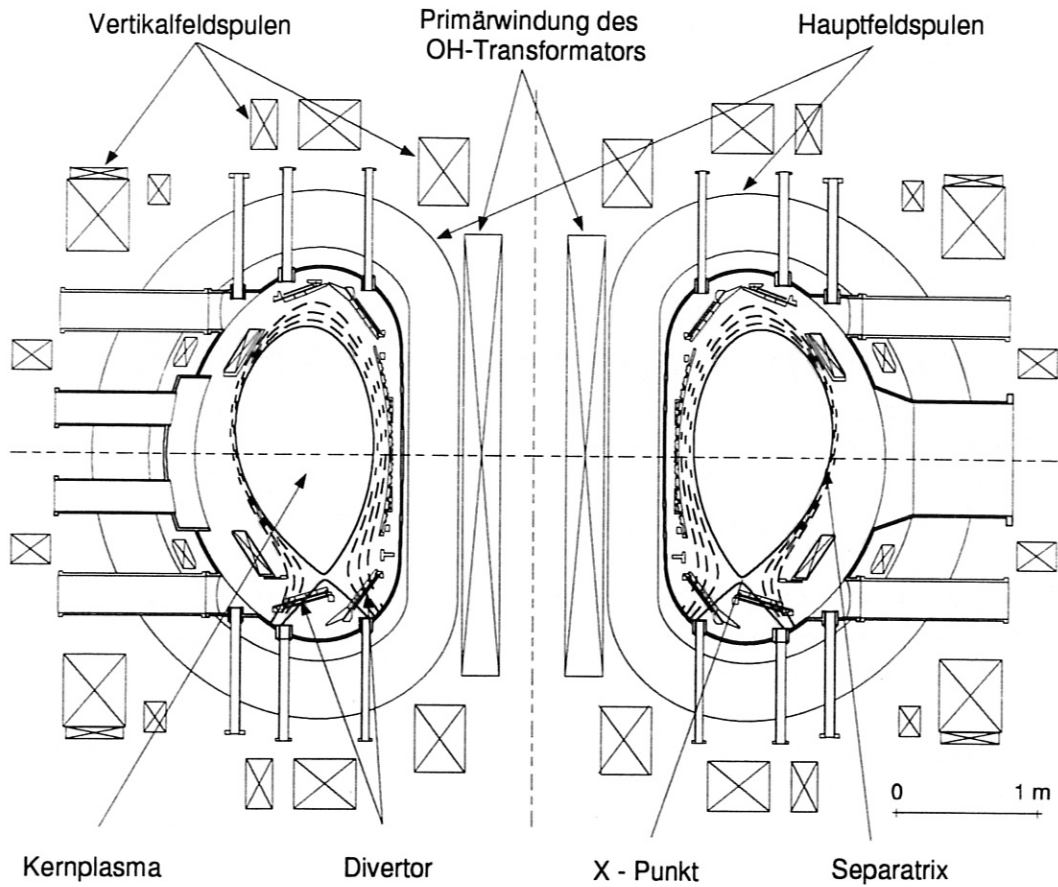


Abbildung A.1: Das Tokamak Experiment ASDEX Upgrade

Reaktor außerhalb des Blankets und von hohen Neutronenflüssen abgeschirmt eingesetzt werden müssen.

Die wichtigsten technischen Daten sind in Tab. A.1 zusammengestellt. Abb. A.1 zeigt einen Querschnitt durch das Vakuumgefäß.

Anhang B

Ein Verfahren zur Filterung

Beschrieben wird ein Verfahren zu einer angepaßten Filterung von Daten, denen eine Diffusionsgleichung in zylindrischer Geometrie zugrunde liegt.

B.1 Eigenfunktionen der Diffusionsgleichung

Die radialen Profile werden nach Eigenlösungen der Diffusionsgleichung in Zylinder-Geometrie entwickelt. Dies führt zu einer kleinen Anzahl an Entwicklungskoeffizienten, bzw. einer schnellen Konvergenz der Reihe, da die Basisfunktionen bereits der tatsächlichen Geometrie näherungsweise entsprechen. Der Rauschanteil des Signals besitzt nicht diese schnelle Konvergenz, so daß ein Abbruch der Entwicklung das Signal-Rausch-Verhältnis verbessert. Desweiteren besitzen die analytisch berechneten Eigenlösungen charakteristische Zeitkonstanten, die jeweils eine Filterung mit angepaßter Bandbreite erlauben.

Da die Kontinuitätsgleichung 2.21 für ort- und zeitabhängige Quellterme und Diffusionskoeffizienten nicht analytisch lösbar ist, müssen einige Näherungen gemacht werden. Es wird angenommen, daß der Quellterm S nicht zeitabhängig ist. Die Dichte wird in einen zeitunabhängigen Gleichgewichtsanteil und einen zeitabhängigen Anteil zerlegt:

$$n(r, t) = n_0(r) + n_1(r, t). \quad (\text{B.1})$$

Der Diffusionskoeffizient wird innerhalb eines Zeitschrittes als konstant angenommen. Er kann in

$$D(r) = D_0(r) + D_1(r) \quad (\text{B.2})$$

zerlegt werden, wobei D_0 die stationäre Kontinuitätsglg.

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_0 \frac{\partial n_0}{\partial r} \right) = S(r). \quad (\text{B.3})$$

erfüllt. Im folgenden ist n_1 , nicht aber D_1 , als kleine Störung zu behandeln.

Subtrahiert man Glg. B.3 von der zeitabhängigen Kontinuitätsglg. 2.21, so erhält man unter der Annahme $\partial n_0 / \partial r \gg \partial n_1 / \partial r$:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r D_1 \frac{\partial n}{\partial r} \right) = 0. \quad (\text{B.4})$$

Gemäß Glg. B.4 ist D_1 die Änderung des Diffusionskoeffizienten vom Gleichgewichtswert D_0 , welche eine zeitliche Veränderung des Dichteprofiles $\partial n/\partial t$ verursacht. Diese zeitliche Veränderung des Dichteprofiles hängt nicht vom zeitunabhängigen Quellterm S ab und kann mit Hilfe der Zerlegung des Diffusionskoeffizienten durch eine homogene partielle Differentialgleichung beschrieben werden.

Für ein räumlich konstantes D_1 -Profil ist das Problem separierbar. Der Ansatz $n(r, t) = T(t)R(r)$ liefert:

$$\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{R} \left(\frac{D_1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + D_1 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} \right) = -\frac{1}{\tau}. \quad (\text{B.5})$$

Die Lösung des zeitabhängigen Termes ist

$$T(t) = \text{const.} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (\text{B.6})$$

Mit $x = r/\sqrt{\tau D_1}$ erhält man für R

$$0 = x^2 \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + x \frac{\partial R}{\partial x} + x^2 R \quad (\text{B.7})$$

die Besselsche Differentialgleichung 0-ter Ordnung mit den Zylinder- oder Besselfunktionen 0-ter Ordnung $J_0(x)$ als Lösung. Sei ρ_m die m -Nullstellen von $J_0(x)$, so gilt:

$$\int_0^{r_{max}} \xi J_0\left(\frac{\xi}{r_{max}} \rho_m\right) J_0\left(\frac{\xi}{r_{max}} \rho_{m'}\right) d\xi = \frac{r_{max}^2}{2} J_0'(\rho_m) * \delta_{m,m'}. \quad (\text{B.8})$$

Eine auf dem Intervall $[0, r_{max}]$ integrierbare Funktion $n(r)$ läßt sich nach diesen Eigenfunktionen in einer *Fourier-Bessel-Reihe* entwickeln [35]:

$$n(r) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m J_0\left(\frac{r}{r_{max}} \rho_m\right) \quad (\text{B.9})$$

mit den Entwicklungskoeffizienten

$$a_m = \frac{2}{r_{max}^2 J_0'^2(\rho_m)} \int_0^{r_{max}} \xi J_0\left(\frac{\xi}{r_{max}} \rho_m\right) n(\xi) d\xi. \quad (\text{B.10})$$

Die m -te Eigenfunktion beschreibt die m -te Diffusionseigenmode, die eine charakteristische Abfallzeit τ_m besitzt [36]:

$$\frac{r}{r_{max}} \rho_m = x = \frac{r}{\sqrt{\tau_m D_1}} \quad (\text{B.11})$$

$$\tau_m(D_1) = \frac{1}{D_1} \left(\frac{r_{max}}{\rho_m} \right)^2. \quad (\text{B.12})$$

Gemäß Glg. B.6 relaxieren die Eigenmoden mit einer charakteristischen Zeitkonstanten τ_m .

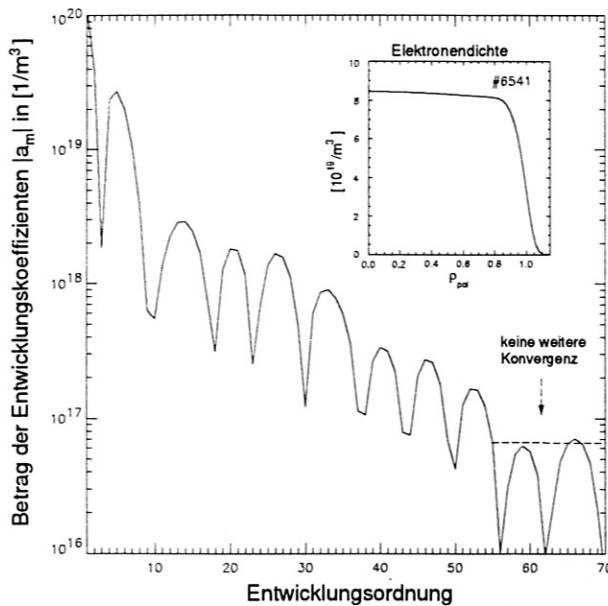


Abbildung B.1: Betrag der Koeffizienten einer Bessel-Fourier-Reihe eines Dichteprofil. Die Koeffizienten sind über die Ordnung der Entwicklung aufgetragen. Das Dichteprofil ist an 50 Stützstellen vorgegeben.

B.2 Filterung der Entwicklungskoeffizienten

Die radialen Profile werden in einer Fourier-Bessel-Reihe entwickelt. Der Abbruch der Reihe erfolgt analog zum Nyquistkriterium, sobald der Abstand der Nullstellen der Basisfunktionen im gesamten Intervall $[0, r_{max}]$ kleiner ist als der lokale Abstand zwischen Stützstellen. Der Abstand der Nullstellen $(\Delta\rho_m)$ konvergiert sehr schnell gegen einen konstanten Wert, so daß die Nullstellen nahezu äquidistant sind $(\Delta\rho_m \approx r_{max}/m)$. Bei 50 radialen Stützstellen und $r_{max} = 0,75\text{ m}$ ist der geringste Stützstellenabstand $(\Delta r)_{min} \approx 0,013\text{ m}$, was einen Abbruch nach der Ordnung $m = r_{max}/(\Delta r)_{min} = 57$ zur Folge hat. Ein Abbruch in geringer Ordnung führt zu einer Filterung im Ortsraum.

In Abb. B.1 sind die Beträge der Entwicklungskoeffizienten eines Dichteprofil über der Ordnung aufgetragen. Eine weitere Entwicklung über $m = 57$ hinaus erzeugt keine weitere Konvergenz der Reihe. Außerdem wird die schnelle Konvergenz der Reihe deutlich, da bereits der Betrag des Entwicklungskoeffizienten 10-ter Ordnung um einen Faktor 50 gegenüber der ersten Ordnung abgefallen ist.

Die Entwicklungskoeffizienten der m-ten Ordnung a_m werden in der Zeit mit der Grenzfrequenz

$$f_F = \frac{1}{2\tau_m(D_F)} \tag{B.13}$$

Tiefpaß-gefiltert. Dies hat zur Folge, daß Änderungen im Signal, die kürzere Zeitskalen besitzen, unterdrückt werden. Dies sind Vorgänge, die diffusiv interpretiert, einem $D_1 > D_F$ entsprechen. D_F ist demnach eine obere Schranke für auflösbare Änderungen des Diffusionskoeffizienten D_1 gegenüber dem Gleichgewichtsprofil.

Aus der Reihendarstellung mit den gefilterten Koeffizienten \hat{a}_m erhält man wieder das nun gefilterte Signalprofil zurück.

Die Reduktion des Rauschens wird in Abb. B.2 dokumentiert. Ein Elektronendichteprofil wird mit verschiedenen Filterkonstanten D_F in der Zeit gefiltert und die verbleibende statistische Unsicherheit des Signals für einige Radien über der Filterkonstanten aufgetragen.

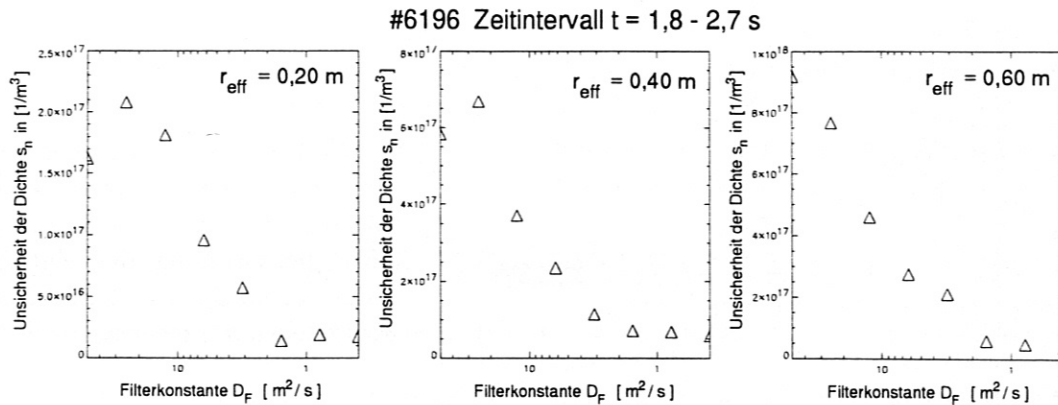


Abbildung B.2: Rauschunterdrückung durch Filtern der Entwicklungskoeffizienten einer Fourier-Bessel-Reihe eines Elektronendichteprofile der Plasmaentladung #6196 ($\bar{n}_e \approx 5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$). Die statistische Unsicherheit des gefilterten Signals ist für einige radiale Positionen über der Filterkonstanten D_F aufgetragen.

B.3 Einfluß auf die Diffusionskoeffizienten

Der Einfluß der Filterung auf die Erhöhung der in dieser Arbeit untersuchten Diffusionskoeffizienten wird untersucht. Eine ELM-gemitteltes Elektronendichteprofil wird mit verschiedenen Filterkonstanten D_F gefiltert und jeweils die Diffusionskoeffizienten berechnet. In Abb. B.3 werden die berechneten Diffusionskoeffizienten für $t_{ELM} = -0,1 \text{ ms}$ und $\rho_{pol} = 0,969$, welches dem Ort und Zeitpunkt der maximalen Erhöhung des Diffusionskoeffizienten während des ELMs entspricht über der Filterkonstanten aufgetragen. Wie erwartet unterdrückt die Filterung die Auflösung diffusiver Veränderungen im Dichteprofil, die einer Änderung des Diffusionskoeffizienten um $\Delta D > D_F$ entsprechen (der Diffusionskoeffizient im stationären Fall beträgt an diesem Ort $\approx 1 \text{ m}^2/\text{s}$). Die Filterkonstante stellt eine obere Schranke der auflösbaren Änderungen in D da.

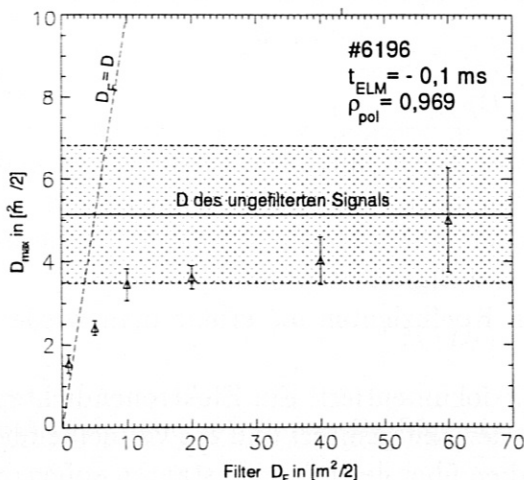


Abbildung B.3: Die ELM-gemittelten Elektronendichteprofile werden mit verschiedenen Filterkonstanten D_F gefiltert und jeweils die Diffusionskoeffizienten bestimmt. Der maximal erhöhte Diffusionskoeffizient D_{max} ist in Abhängigkeit von der Filterkonstanten aufgetragen. Der schraffierte Bereich gibt das Fehlerintervall des ungefilterten D_{max} an. Die Fehler berücksichtigen nur statistische Fehler.

Der Umkehrschluß, daß ein berechnetes $\Delta D < D_F$ nicht durch die Filterung gedämpft wurde trifft nicht zu. In Abb. B.3 ist zu sehen, wie sich D_{max} erst für $D_{max} \gg D_F$ im Rahmen des statistischen Fehlers mit dem D_{max} des ungefilterten Dichteprofiles übereinstimmt. Grund dafür ist, daß für die Berechnung der charakteristischen Zeitkonstanten bzgl. Eigenmoden einige Idealisierungen vorgenommen wurden. Es muß im Einzelfall entschieden werden, ob eine Filterung in der Zeit das Signal stärker dämpft, als statistische Schwankungen unterdrückt.

Literaturverzeichnis

- [1] U. Schumacher, *Fusionsforschung*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1993.
- [2] J. Raeder, *Kontrollierte Kernfusion*, Teubner, Stuttgart, 1981.
- [3] J. Wesson, *Tokamaks*, Clarendon Press, Oxford, 1987.
- [4] J. M. ter Vehn, Inertial Confinement Fusion, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Skript zur Summer University for Plasma Physics, 25-29 September 1995.
- [5] F. Wagner et al., Regime of Improved Confinement and High Beta in Neutral-Beam-Heated Divertor Discharges of the ASDEX Tokamak, *Physical Review Letters* **49**(19), 1408–1412 (1982).
- [6] H. Zohm, Dynamic Behaviour of the High Confinement Mode of Fusion Plasmas, Habilitationsschrift, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik (Mai 1995).
- [7] H. Zohm, Edge Localized Modes (ELMs), *Plasma Physics and Controlled Fusion* **38**, 105–128 (1996).
- [8] F. Cap, *Lehrbuch der Plasmaphysik und Magnetohydrodynamik*, Springer-Verlag, Wien, 1994.
- [9] M. Kaufmann, Flüssigkeitsbeschreibung und Kinetische Theorie, 1992, Skript zur Vorlesung „Plasmaphysik und Fusionsforschung“, Teil D, Universität Bayreuth.
- [10] D. Düchs, $\frac{3}{2}$ or $\frac{5}{2}$ for Convective Thermal Transport?, 1989, JET-Report R(89)13.
- [11] J. Schweinzer et al., Reconstruction of Plasma Edge Density Profiles from LiI(2s-2p) Emission Profiles, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **34**(7), 1173–1183 (1992).
- [12] S. Fiedler, Diagnostik von Fusionsplasma mit schnellen Lithiumstrahlen, Dissertation, Technische Universität Wien (1994).
- [13] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- [14] I. H. Hutchinson, *Principles of Plasma Diagnostics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1987.

- [15] R. Wunderlich, W. Schneider, and K. Lackner, Entfaltung von Bolometersignalen am Tokamak ASDEX Upgrade (Fall 1: auf Flußflächen konstanter Emissivität), 1992, IPP Report 5/37.
- [16] W. Suttrop, persönliche Mitteilung.
- [17] L. D. Landau and E. M. Lifschiz, *Lehrbuch der theoretischen Physik II - Feldtheorie*, Akademie Verlag, Berlin, 1963.
- [18] R. K. Janev, W. D. Langer, K. Evans, and D. E. Post, *Elementary Processes in Hydrogen-Helium Plasmas*, Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- [19] G. Fußmann, Teilchentransport in magnetisch eingeschlossenen Plasmen, Habilitationsschrift, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik (Dezember 1992).
- [20] A. Stäbler, persönliche Mitteilung.
- [21] A. Teubel, persönliche Mitteilung.
- [22] J. Stober et al., ELM-Resolved Ion Temperatures from Neutral Fluxes, Europhysics Conference Abstracts (Proceedings of the 22th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Bournemouth, 1995) **III**, 249–252 (1995).
- [23] J. Stober, persönliche Mitteilung.
- [24] P. R. Bevington and D. K. Robinson, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1992.
- [25] F. L. Hinton and R. D. Hazeltine, Theory of Plasma Transport in Toroidal Confinement Systems, *Rev. Mod. Phys.* **48**(2), 239–308 (1976).
- [26] R. Dux, persönliche Mitteilung.
- [27] K. H. Burrell et al., Confinement Physics of H-mode Discharges in DIII-D, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **31**(10), 1649–1664 (1989).
- [28] P. Gohil et al., Study of Giant Edge-Localized Modes in DIII-D and Comparison with Ballooning Theory, *Physical Review Letters* **61**(14), 1603–1606 (1988).
- [29] F. Ryter et al., H-Mode Operating Regimes and Confinement in ASDEX-Upgrade, *Physica Scripta*. **51**, 643–646 (1995).
- [30] A. Herrmann et al., Variation of Power Density Decay Lengths in the SOL of ASDEX-Upgrade Measured by Thermography and Langmuir Probes, Europhysics Conference Abstracts (Proceedings of the 22th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Bournemouth, 1995) **III**, 241–244 (1995).
- [31] W. Suttrop et al., Characteristics of Edge Localized Modes in ASDEX-Upgrade, 5th H-mode Workshop, Princeton, USA, wird veröffentlicht in *Plasma Physics and Controlled Fusion* (1995).

- [32] R. J. Buttery et al., ELM Related MHD Activity on the COMPASS-D Tokamak Compared with ASDEX-Upgrade, Europhysics Conference Abstracts (Proceedings of the 22th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Bournemouth, 1995) **III**, 273–276 (1995).
- [33] A. B. Rechester and M. N. Rosenbluth, Electron Heat Transport in a Tokamak with Destroyed Magnetic Surfaces, Physical Review Letters **40**(1), 38–41 (1978).
- [34] W. Suttrop et al., Effect of Edge Localized Modes (ELMs) on Edge Electron Density and Temperature Profiles and Impurity Transport in ASDEX Upgrade, Europhysics Conference Abstracts (Proceedings of the 22th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, Bournemouth, 1995) **III**, 237–240 (1995).
- [35] Dirschmid, Kummer, and Schweda, *Einführung in die mathematischen Methoden der theoretischen Physik*, Vieweg, Braunschweig, 1976.
- [36] F. F. Chen, *Introduction To Plasma Physics*, Plenum Press, New York, 1974.

Danksagung

Ich danke Herrn Prof. Dr. M. Kaufmann für die akademische Betreuung dieser Arbeit und für die Möglichkeit, sie am Max-Planck-Institut für Plasmaphysik durchführen zu können.

Bei Herrn Prof. Dr. H. Schamel möchte ich mich dafür bedanken, daß er die Aufgabe des Zweitkorrektors für eine aushäusige und experimentelle Arbeit übernahm.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. W. Suttrop, der die Arbeit betreute. Er war jederzeit da, wenn es darum ging Fragen zu klären und bei Problemen weiterzuhelfen.

Herr Dr. J. Schweinzer danke ich für die Betreuung hinsichtlich der Dichtemessung.

Für sein offenes Ohr in allen Fragen über ELMs und MHD danke ich Herrn Dr. habil. H. Zohm.

Für die vielen fruchtbaren Diskussionen danke ich Herrn Dr. J. Neuhauser, Herrn Dr. M. Alexander, und Herrn Dr. J. Stober, für die Einführung in die Neoklassik Herrn Dr. M. Hoek und für die Hilfe insbesondere in Fragen der FORTRAN-Programmierung Herrn Dr. C. Fuchs.

Bei Herrn Dr. A. Stäbler bedanke ich mich für die für meine Arbeit durchgeführten Rechnungen.

Schließlich möchte ich mich für die sehr freundliche Aufnahme in den Kreis der Doktoranden bei Herrn Dr. K. Asmussen, Herrn Dr. T. Kass, Herrn M. Maraschek, Herrn S. de Pena Hempel, Herrn Dr. M. Schittenhelm und Herrn M. Sokoll bedanken.

In diesem Sinne gilt auch mein herzlicher Dank dem gesamten ASDEX Upgrade Team.